TRẦN VĂN TOÀN - VÕ HỮU PHƯỚC
TRẦN MINH THỊNH - HOÀNG CÔNG VẮNG
QUẢNG ĐẠI ĐẠT

450
BÀI TOÁN TRẮC NGHIỆM
ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH
11

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN VĂN TOÀN - VÕ HỮU PHƯỚC
TRẦN MINH THỊNH - HOÀNG CÔNG VẮNG - QUẢNG ĐẠI ĐẠT

450
BÀI TOÁN TRẮC NGHIỆM
ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH
11

(Soạn theo chương trình phân ban)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

MỤC LỤC

PHẦN I: TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ ĐỀ TOÁN TRẮC NGHIỆM

Chương I: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác

§ 1. Hàm số lượng giác 3
§ 2. Công thức lượng giác 8
§ 3. Phương trình lượng giác 16

Chương II: Tổ hợp – xác suất

§ 1. Quy tắc đếm 29
§ 2. Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp 31
§ 3. Dùng P_n, A_n^r, C_n^r để đếm 35
§ 4. Nhị thức Niu – tơn 39
§ 5. Xác suất của biến cố 41

Chương III: Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân

§ 1. Dãy số 46
§ 2. Cấp số cộng 48
§ 3. Cấp số nhân 50

Chương IV: Giới hạn

§ 1. Giới hạn của dãy số 52
§ 2. Giới hạn của hàm số 57
§ 3. Hàm số liên tục 60
Chương V: Đạo hàm 62

PHẦN II: ĐÁP ÁN

Chương I: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác

§ 1. Hàm số lượng giác 67
§ 2. Công thức lượng giác 73
§ 3. Phương trình lượng giác 84

Chương II: Tổ hợp – xác suất

§ 1. Quy tắc đếm 105
§ 2. Hoán vị – chỉnh hợp – tổ hợp 109
§ 3. Dùng P_n, A_n^r, C_n^r để đếm 116
§ 4. Nhị thức Niu – tơn 126
§ 5. Xác suất của biến cố 128

Chương III: Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân

§ 1. Dãy số 134
§ 2. Cấp số cộng 139
§ 3. Cấp số nhân 141

Chương IV: Giới hạn

§ 1. Giới hạn của dãy số 145
§ 2. Giới hạn của hạm số 158
§ 3. Hàm số liên tục 162
Chương V: Đạo hàm 165

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ ĐỀ TOÁN TRẮC NGHIỆM

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

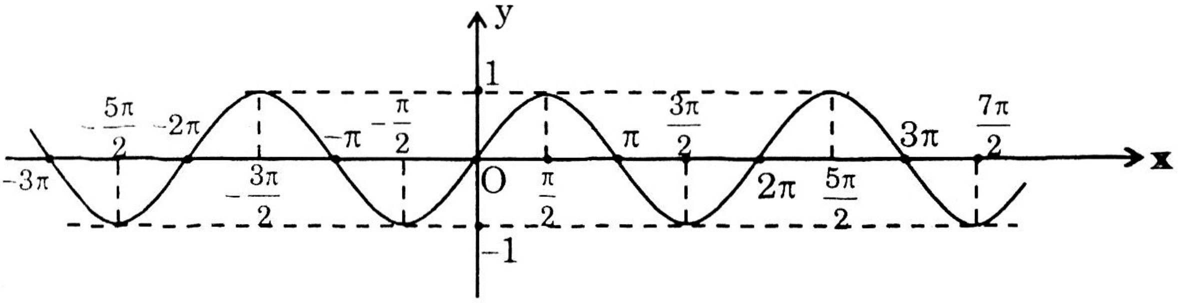
A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hàm số y = sinx

a) Hàm số y = sinx là hàm số lẻ và tuần hoàn có chu kì 2π, **xác** định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và nhận mọi giá trị trên $[-1; 1]$.

- Tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\sin(-x) = -\sin x$
- $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \le \sin x \le 1$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \sin(x + k2\pi) = \sin x$ với $k \in \mathbb{Z}$

b) Đồ thị của hàm số y = sinx

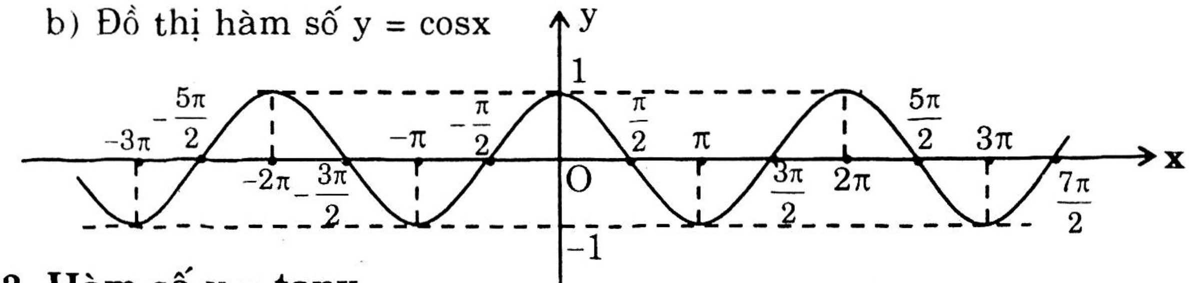


2. Hàm số y = cosx

a) Hàm số y = cosx là hàm số chẵn và tuần hoàn có chu kì 2π, **xác** định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và nhận mọi giá trị trên $[-1; 1]$

- Tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\cos(-x) = \cos x$
- $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \le \cos x \le 1$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(x + 2k\pi) = \cos x$ với $k \in \mathbb{Z}$

b) Đồ thị hàm số y = cosx

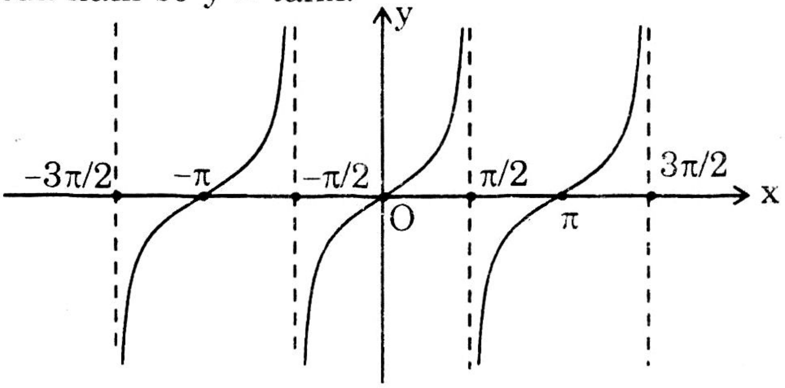


3. Hàm số y = tanx

a) Hàm số y = tanx là hàm số lẻ và tuần hoàn có chu kì π, xác **định** khi $x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ và nhận mọi giá trị trên $\mathbb{R}$

- Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ và $\tan(-x) = -\tan x$
- $\forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}), -\infty < \tan x < +\infty$
- $\forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}), \tan(x + k\pi) = \tan x$ với $k \in \mathbb{Z}$

b) Đồ thị của hàm số $y = \tan x$.

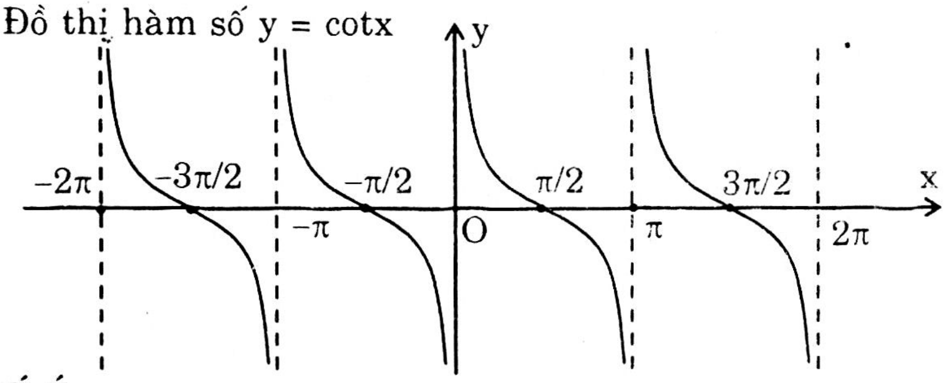


4. Hàm số y = cotx

a) Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ và tuần hoàn có chu kì π, xác định với mọi $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và nhận mọi giá trị trên $\mathbb{R}$.

- Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ và $\cot(-x) = -\cot x$
- $\forall x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z}), -\infty < \cot x < +\infty$
- $\forall x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z}), \cot x(x + k\pi) = \cot x$ với $k \in \mathbb{Z}$

b) Đồ thị hàm số $y = \cot x$



Chú ý

1) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C)

a) $(C_1): y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) \text{ nếu } f(x) \geq 0 \\ -f(x) \text{ nếu } f(x) < 0 \end{cases}$

(C_1) được vẽ như sau :

- Phía trên Ox : giữ nguyên (C)
- Bỏ phần (C) bên dưới Ox và lấy phần bỏ này đối xứng qua Ox

b) $(C_2): y = f(|x|)$ là hàm số chẵn

(C_2) : được vẽ như sau :

- Bên phải Oy : giữ nguyên (C)
- Bỏ phần (C) bên trái Oy và lấy phần giữ nguyên đối xứng qua Oy

2. Với $k \in \mathbb{Z}$ ta có:

$\sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$	$\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$
$\sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$	$\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$
$\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$	$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{4\sin x - 5}{2\cos x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

C. $D = D \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Bài 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R}$

Bài 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 + 4\cot 2x}{\cos 2x - 1}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B. $D = \mathbb{R}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Bài 4. Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B. $D = \varnothing$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = \mathbb{R}$

Bài 5. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\dfrac{2\cos x - 5}{3\sin x - 4}}$ là:

A. $D = \left\{\dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $D = \varnothing$

C. $D = \mathbb{R}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Bài 6. Cho $f(x) = \dfrac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$, $g(x) = \dfrac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$

A. f(x) và g(x) lẻ B. f(x) và g(x) chẵn

C. f(x) chẵn, g(x) lẻ C. f(x) lẻ, g(x) chẵn

Bài 7. Tìm hàm số lẻ trong các hàm số sau:

A. f(x) = sin5x.sin6x B. $g(x) = \dfrac{|\sin x|}{3 + \cot^2 x}$

C. $h(x) = 2\cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - 2x)$ D. $k(x) = \dfrac{\cot^4 x}{2 + \tan^2 x}$

Bài 8. Cho 4 hàm số : f(x) = cos2x + sin5x , $g(x) = \sin x - \sin^2 x$,

h(x) = cos(x – 2), $k(x) = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$. Bốn hàm có:

A. 2 hàm số lẻ B. 2 hàm số chẵn

C. 3 hàm số lẻ D. 4 hàm không chẵn, không lẻ

Bài 9. Chu kì của hàm số $y = \sin\left(5x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $T = \dfrac{2\pi}{5}$ B. $T = \dfrac{5\pi}{2}$ C. $T = \dfrac{\pi}{2}$ D. $T = \dfrac{\pi}{8}$

Bài 10. Hàm số $y = \sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{3}$ tuần hoàn, có chu kì là:

A. T = 3π . B. T = 6π C. T = 9π D. T = 12π

Bài 11. Tìm kết luận **SAI ?**

A. Hàm số $y = \cos(2x + 3)$ có chu kỳ T = π

B. Hàm số $y = \sqrt{\sin x}$ có chu kỳ T = 2π

C. Hàm số $y = \tan\sqrt{x}$ có chu kỳ T = π

D. Hàm số $y = \cos^2\dfrac{3\pi x}{2}$ có chu kỳ $T = \dfrac{2}{3}$

Bài 12. Tìm kết luận **SAI ?**

A. Hàm số $y = x^5 + \sin 3x$ là hàm số lẻ

B. Hàm số $y = x^3.\cos 2x$ là hàm số chẵn

C. Hàm số y = sinx – cosx không lẻ, không chẵn

D. Hàm số y = cos(x + 2) + cos(x – 2) là hàm số chẵn

Bài 13. Tìm kết luận **SAI ?**

A. Hàm số $y = x.\sin^3 x$ là hàm số chẵn

B. Hàm số $y = \dfrac{\sin x.\cos x}{\tan x + \cot x}$ là hàm số lẻ

C. Hàm số $y = \dfrac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cot x}$ là hàm chẵn

D. Hàm số $y = \cos x^3 + \sin x^3$ không chẵn, không lẻ

Bài 14. Hàm số $y = \cos^2 \dfrac{x}{8}$ có chu kỳ là:

A. 2π B. 4π C. 8π D. 16π

Bài 15. Hàm số $y = \tan 3\pi x$ có chu kỳ là:

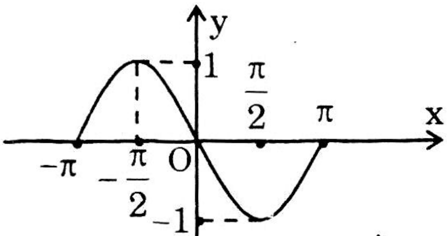
A. $\dfrac{\pi}{3}$ B. $\dfrac{4}{3}$ C. $\dfrac{2\pi}{3}$ D. $\dfrac{1}{3}$

Bài 16. Cho đồ thị với $x \in [-\pi, \pi]$.

Đây là đồ thị của hàm số:

A. $y = \sin x$ B. $y = -\sin x$

C. $y = \sin|x|$ C. $y = |\sin x|$

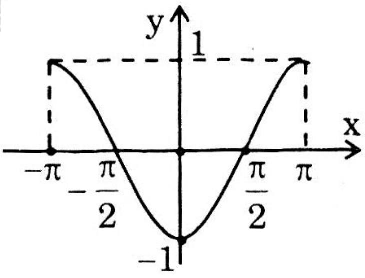


Bài 17. Cho đồ thị với $x \in [-\pi, \pi]$.

Đây là đồ thị hàm số:

A. $y = \cos x$ B. $y = \sin x$

C. $y = -\cos x$ D. $y = \cos|x|$

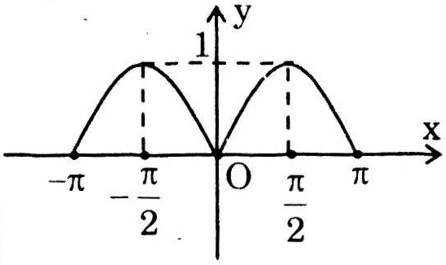


Bài 18. Cho đồ thị hàm số : với $x \in [-\pi, \pi]$

Đây là đồ thị của hàm số:

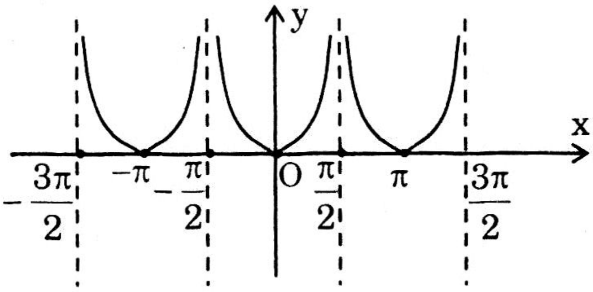
A. $y = |\sin x|$ B. $y = \sin|x|$

C. $y = |\cos x|$ D. A và B



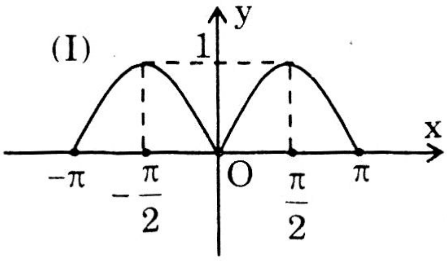
Bài 19. Cho đồ thị với $x \in \left(-\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right)$

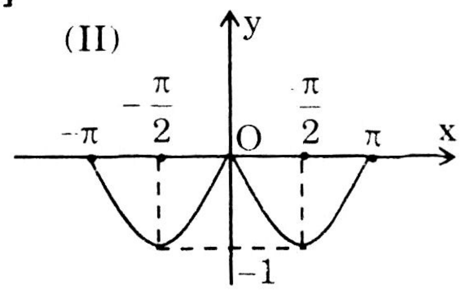
Đây là đồ thị của hàm số :

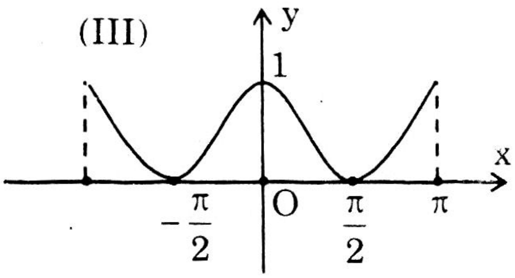


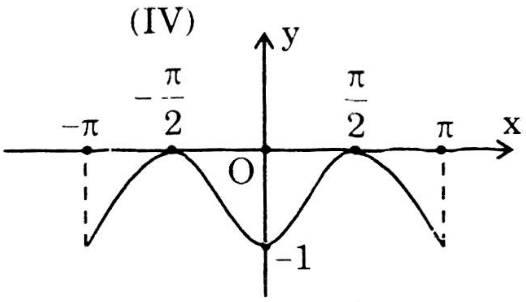
A. $y = \tan x$ B. $y = \cot x$ C. $y = |\tan x|$ D. $y = |\cot x|$

Bài 20. Cho các đồ thị với $x \in [-\pi, \pi]$









Đồ thị của hàm số $y = -|\sin x|$ là:

A. I　　B. II　　C. III　　D. IV

§2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hệ thức cơ bản

- $\text{Sin}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cos\alpha \neq 0$ $(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z})$
- $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\sin\alpha \neq 0$ $(\alpha \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z})$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $\cos\alpha \neq 0$ $(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z})$
- $1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$, $\sin\alpha \neq 0$ $(\alpha \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z})$
- $\tan\alpha.\cot\alpha = 1$, $\sin\alpha.\cos\alpha \neq 0$ $(\alpha \neq \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z})$

2. Công thức cộng:

- $\sin(a \pm b) = \sin a.\cos b \pm \sin b.\cos a$
- $\cos(a \pm b) = \cos a.\cos b \mp \sin a.\sin b$
- $\tan(a \pm b) = \dfrac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a.\tan b}$

3. Công thức nhân đôi

- $\sin 2a = 2\sin a.\cos a$
- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
- $\tan 2a = \dfrac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$
- $\cot 2a = \dfrac{\cot^2 a - 1}{2\cot a}$

4. Công thức nhân ba:

- $\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$
- $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$

5. Công thức hạ bậc :

- $\sin^2 a = \dfrac{1 - \cos 2a}{2}$
- $\sin^3 a = \dfrac{3\sin a - \sin 3a}{4}$
- $\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos 2a}{2}$
- $\cos^3 a = \dfrac{3\cos a + \cos 3a}{4}$
- $\tan^2 a = \dfrac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$

6. Công thức biến tích thành tổng :

- $\cos a.\cos b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a - b) + \cos(a + b)\right]$
- $\sin a.\sin b = \dfrac{1}{2}\left[\mathrm{coa}(a - b) - \cos(a + b)\right]$
- $\sin a.\cos b = \dfrac{1}{2}\left[\sin(a - b) + \sin(a + b)\right]$

7. Công thức biến tổng thành tích

- $\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a + b}{2}.\cos\dfrac{a - b}{2}$
- $\cos a - \cos b = -2\sin\dfrac{a + b}{2}\sin\dfrac{a - b}{2}$
- $\sin a + \sin b = 2\sin\dfrac{a + b}{2}.\cos\dfrac{a - b}{2}$
- $\sin a - \sin b = 2\cos\dfrac{a + b}{2}\sin\dfrac{a - b}{2}$
- $\tan a \pm \tan b = \dfrac{\sin(a \pm b)}{\cos a.\cos b}\left(a, b \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$

8. Công thức chia đôi

Đặt $\tan\dfrac{a}{2} = t, a \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\sin a = \frac{2t}{1 + t^2},\ \cos a = \frac{1 - t^2}{1 + t^2},\ \tan a = \frac{2t}{1 - t^2}$$

9. Công thức biến đổi asinx + bcosx ($a^2 + b^2 \neq 0$)

- $a\sin a + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x + \alpha)$ với $\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$

- $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x - \alpha)$ với $\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \cos\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$

- $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

- $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 21. Cho tana + cota = m. Tìm hệ thức **SAI ?**

A. $\tan^2 a + \cot^2 a = m^2 - 2$ B. $(\tan a - \cot a)^2 = m^2 - 4$

C. $\tan^3 a + \cot^3 a = m^3 - 3m$ D. $\tan^2 a - \cot^2 a = m^2 - 4m$

Bài 22. Cho sina + cosa = m . Chọn hệ thức **SAI ?**

A. $\sin a\cos a = \dfrac{m^2 - 1}{2}$ B. $(\sin a - \cos a)^2 = 2 - m^2$

C. $\sin^3 a + \cos^3 a = \dfrac{m(3 - m^2)}{2}$ D. $\sin^6 a + \cos^6 a = \dfrac{3m^4 + 6m^2 + 1}{4}$

Bài 23. Biểu thức $E = \dfrac{(1 - \tan^2 x)^2}{4\tan^2 x} - \dfrac{1}{4\sin^2 x.\cos^2 x}$ không phụ thuộc **vào x và bằng:**

A. 1 B. –1 C. $\dfrac{1}{4}$ D. $-\dfrac{1}{4}$

Bài 24. Biểu thức $E = \dfrac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x\sin^2 y} - \cot^2 x.\cot^2 y$ không phụ thuộc vào **x, y và bằng:**

A. –2 B. 2 C. 1 D. –1

Bài 25. Giá trị biểu thức:

$E = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x\cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ bằng một hằng số **và bằng:**

A. 1 B. –1 C. 2 D. –2

Bài 26 Cho $\cot x = \frac{1}{2}$. Giá trị của $E = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cos x - \cos^2 x}$ **bằng:**

A. 4 B. 6 C. 8 **D. 10**

Bài 27. Biểu thức $E = \frac{1}{\sin^6 x} - \cot^6 x - \frac{3\cot^2 x}{\sin^2 x}$ **không đổi và có giá trị** bằng :

A. 2 B. −2 C. 1 D. −1

Bài 28. Biểu thức $E = \cos^2 x.\cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x$ **không phụ** thuộc vào x và bằng :

A. 2 B. −2 C. 3 D. −3

Bài 29. Nếu $2\cos^4 x + 3\sin^4 x = \frac{98}{81}$ thì biểu thức $E = 2\sin^4 x + 3\cos^4 x$ bằng:

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{405}$ B. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{603}{405}$ C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{405}$ **D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$**

Bài 30. Cho $\frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a+b}$. Biểu thức $E = \frac{\sin^8 x}{a^3} + \frac{\cos^8 x}{b^3}$ **bằng:**

A. $\frac{1}{(a+b)^3}$ B. $\frac{-1}{(a+b)^3}$ C. $\frac{1}{a^3+b^3}$ D. $-\frac{1}{a^3+b^3}$

Bài 31. Biểu thức $E = m(\sin^6 x + \cos^6 x) + n(\sin^4 x + \cos^4 x)$ **không phụ** thuộc vào x khi:

A. $2m + 3n = 0$ B. $2n - 3m = 0$ C. $3m + 2n = 0$ **D. $3m - 2n = 0$**

Bài 32. Cho $\tan x = \frac{1}{4}$. Biểu thức $E = \frac{\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 2\cos^2 x}{2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x}$ **có** giá trị bằng :

A. $-\frac{23}{54}$ B. $\frac{54}{23}$ C. $\frac{23}{54}$ $-\frac{54}{23}$

Bài 33. Cho $\sin\alpha = \frac{3}{5}\left(\frac{3\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Giá trị cosα là:

A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $-\frac{2}{5}$

Bài 34. Cho $\tan\alpha = -\frac{4}{5}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, giá trị sinα là:

A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{\sqrt{41}}$ D. $\frac{4}{\sqrt{41}}$

Bài 35. Hai đẳng thức nào sau đây không đồng thời xảy ra ?

A. $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ B. $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ và $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

C. $\sin\alpha = -0{,}8$ và $\cos\alpha = -0{,}6$ D. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ và $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 36. Cho $\tan\alpha = -2$. Giá trị của $E = \dfrac{4\cos\alpha}{3\sin^3\alpha - 5\cos^3\alpha + 2\sin^2\alpha\cos\alpha}$ bằng :

A. $-\frac{21}{20}$ B. $\frac{21}{20}$ C. $-\frac{20}{21}$ D. $\frac{20}{21}$

Bài 37. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3\sin x + 2\cos x$ bằng:

A. $\frac{7-\sqrt{5}}{4}$ hay $\frac{7+\sqrt{5}}{4}$ B. $\frac{5-\sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5+\sqrt{7}}{4}$

C. $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3+\sqrt{2}}{5}$

Bài 38. Kết quả đúng của $\sin\frac{14\pi}{3}$ là:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Bài 39. Kết quả đúng của $\tan 1830^0$ là:

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

Bài 40. Biểu thức $E = \cot(x - 2\pi).\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(x + 2\pi) - 2\sin(x - \pi)$ được rút gọn bằng :

A. $\sin x$ B. $2\sin x$ C. $-\sin x$ D. 0

Bài 41. Giá trị của biểu thức $E = \dfrac{\sin(-234^0) - \cos 216^0}{\sin 144^0 - \cos 126^0}.\tan 36^0$ bằng

A. -2 B. 1 C. -1 D. 2

Bài 42. Kết quả đúng của $\tan\frac{\pi}{12}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$ B. $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

Bài 43. Kết quả đúng của $\cos\frac{7\pi}{12}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right)$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{3}-1\right)$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}\left(1-\sqrt{3}\right)$ D. $-\frac{2}{4}\left(1-\sqrt{3}\right)$

Bài 44. a, b là góc nhọn và $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$ thì

$E = \cos(a + b)\cos(a - b)$ bằng:

A. $-\frac{113}{144}$ B. $-\frac{115}{144}$ C. $-\frac{117}{144}$ D. $-\frac{119}{144}$

Bài 45. A, B, C là 3 góc nhọn và $\text{tg}A = \frac{1}{2}$, $\text{tg}B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$.

Tổng A + B + C bằng:

A. 30^0 B. 90^0 C. 45^0 D. 60^0

Bài 46. Biết $\cos(a + b) = k\cos(a - b)$ thì tana.tanb bằng:

A. $\frac{k-1}{k+1}$ B. $\frac{1-k}{1+k}$ C. $\frac{k+1}{k-1}$ D. $\frac{1+k}{1-k}$

Bài 47. a, b là góc nhọn và $\cot a = \frac{3}{4}$, $\cot b = \frac{1}{7}$. Tổng a + b là:

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{5\pi}{14}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Bài 48. Cho $\tan(\alpha + \beta) = 5$ và $\tan(\alpha - \beta) = 3$. Giá trị của $\tan 2\alpha$ là:

A. $\frac{4}{7}$ B. $-\frac{4}{7}$ C. $\frac{5}{7}$ D. $-\frac{5}{7}$

Bài 49. Kết quả đúng của sin3a và cos3a là:

A. $\begin{cases}\sin 3a = 4\sin^3 a - 3\sin a\\ \cos 3a = 3\cos a - 4\cos^3 a\end{cases}$ B. $\begin{cases}\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a\\ \cos 3a = 4\cos^2 a - 3\cos a\end{cases}$

C. $\begin{cases}\sin 3a = 3\sin^3 a - 4\sin a\\ \cos 3a = 4\cos a - 3\cos^3 a\end{cases}$ D. $\begin{cases}\sin 3a = 4\sin a - 3\cos^3 a\\ \cos 3a = 3\cos^3 a - 4\cos a\end{cases}$

Bài 50. Cho $\cos a = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$. Kết quả cos2a là:

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Bài 51. Cho $a - b = \frac{\pi}{3}$. Kết quả của $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ bằng:

A. –3 B. 2 C. –2 D. 3

Bài 52. Cho $a + b = \frac{\pi}{3}$. Kết quả của $(\cos a + \sin b)^2 + (\cos b + \sin a)^2$ bằng:

A. 3 B. $-\sqrt{3}$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $2 - \sqrt{3}$

Bài 53. Cho tana = 2. Kết quả của $E = \frac{4 + \sin 2a}{5\cos 2a}$ bằng:

A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $-\frac{8}{5}$

Bài 54. Nếu a, b là hai góc nhọn thoả điều kiện $\begin{cases} 3\sin^2 a + 2\sin^2 b = 1 \\ 3\sin 2a - 2\sin 2b = 0 \end{cases}$

thì tổng a + b bằng :

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Bài 55. Kết quả của $E = \cos\frac{5\pi}{12}\sin\frac{7\pi}{12}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

Bài 56. Kết quả của $E = \sin\frac{5\pi}{24}\sin\frac{\pi}{24}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$ B. $\frac{1}{4}\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

Bài 57. Cho $E = 4\cos 10^0.\cos 50^0.\cos 70^0$. Kết quả của E là:

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Bài 58. Biểu thức $\cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

Bài 59. Biểu thức $E = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ không phụ thuộc vào x và bằng :

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Bài 60. Biểu thức $E = \tan 20^0.\tan 40^0.\tan 60^0.\tan 80^0$ có giá trị là:

A. –3 B. $\sqrt{3}$ C. 3 D. $-\sqrt{3}$

Bài 61. Biểu thức $E = \frac{\tan 30^0 + \tan 40^0 + \tan 50^0 + \tan 60^0}{\sin 70^0}$. Biểu thức E bằng:

A. $\frac{8}{\sqrt{3}}$ B. $-\frac{8}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

Bài 62. Biểu thức $E = \tan^2\frac{\pi}{12} + \tan^2\frac{5\pi}{12}$ có giá trị là:

A. 13 B. 15 C. 14 D. –15

Bài 63. Biểu thức $E = \cos 15^0 . \cos 21^0 . \cos 24^0 - \cos 12^0 - \cos 18^0$ có giá trị bằng :

A. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Bài 64. Biểu thức $E = \frac{1}{\sin 18^0} - \frac{1}{\sin 54^0}$ bằng:

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Bài 65. Tìm hệ thức **SAI** trong các hệ thức sau :

A. $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

B. $\cos\frac{\pi}{16} = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$

C. $\cos\frac{\pi}{32} = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$

D. $\cos\frac{\pi}{62} = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}}$

Bài 66. Giá trị của $\sin^6\frac{\pi}{12} + \cos^6\frac{\pi}{12}$ bằng

A. $\frac{11}{16}$ B. $\frac{13}{16}$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{17}{16}$

Bài 67. Cho ΔABC giá trị của $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$ bằng:

A. $\frac{2S}{R^2}$ B. $\frac{S}{R^2}$ C. $\frac{3S}{R^2}$ D. $\frac{4S}{R^2}$

Bài 68. Giá trị của $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ bằng:

A. $a^2 + b^2 + c^2$ B. $\frac{3}{4}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$

C. $\frac{1}{2}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$ D. $2(a^2 + b^2 + c^2)$

Bài 69. ΔABC có 1 góc tù. Biểu thức $E = \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C$ có giá trị:

A. $E = \frac{1}{2}$ B. $E \le 1$ C. $E = 1$ D. $E > 1$

Bài 70. ΔABC có 3 góc nhọn biểu thức $E = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$ có giá trị :

A. $E < 2$ B. $E > 2$ C. $E = 2$ D. $E = 1$

§3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Phương trình lượng giác cơ bản

1. $\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

$\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

2. $\sin x = a\left(\text{với } |a| \le 1\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = a\left(\text{với } |a| \le 1\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arccos a + k2\pi \\ x = -\arccos a + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

$\tan x = a$ (với $a \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\cot x = a$ (với $a \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow x = \text{arccot}\, a + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

3. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

II. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

- $a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$

  Đặt $t = \sin x$ với điều kiện $-1 \le t \le 1$
- $a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$

  Đặt $t = \cos x$ với điều kiện $-1 \le t \le 1$
- $a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$

  Đặt $t = \tan x$
- $a\cot^2 x + b\cot x + c = 0$

  Đặt $t = \cot x$

III. Phương trình đẳng cấp bậc 2 đối với sinx, cosx

$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c.\cos^2 x + d = 0 \quad (*)$

- Xét cosx = 0 (khi đó sinx = ± 1) có là nghiệm của phương trình hay không ?
- Xét cosx ≠ 0. Chia 2 vế của phương trình (*) cho $\cos^2 x$. Khi đó thu được phương trình bậc hai theo tanx

IV. Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx

$a\sin x + b\cos x + c = 0\ (*)\ ,\ a^2 + b^2 \neq 0$

Cách 1:

Chia 2 vế của phương trình (*) cho $\sqrt{a^2+b^2}$ và đặt $\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\alpha$, $\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\alpha$ hoặc

đặt $\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\beta$, $\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\beta$.

Chú ý : cosacosb ± sinasinb = cos(a ∓ b)

Sinacosb ± sinbcosa = sin(a ± b)

Cách 2.:

- Xét $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) có là nghiệm của phương trình không ?
- Xét $x \neq \pi + k2\pi$. Đặt $t = \tan\dfrac{x}{2}$. Khi đó

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2} \text{ và } \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

Thế vào phương trình (*) thu được phương trình bậc hai theo t

V. Phương trình đối xứng giữa sinx và cosx

$a(\sin x + \cos x) + b\sin x\cos x + c = 0\ (*)$

Đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

Điều kiện : $-\sqrt{2} \le t \le \sqrt{2}$

Khi đó: $t^2 = 1 + 2\sin x\cos x \Rightarrow \sin x\cos x = \dfrac{t^2-1}{2}$ thế vào phương trình (*) ta thu được một phương trình bậc hai theo t

Chú ý:

1/ Nếu t = sinx + cosx và có thêm điều kiện sinx ≠ 0 và cosx ≠ 0 thì ta có điều kiện cho t là $-\sqrt{2} \le t \le \sqrt{2}$ và $t \neq \pm 1$.

2/ Nếu gặp phương trình a(sinx − cosx) + bsinxcosx + c = 0 thì đặt

$t = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ và làm giống như trên

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 71. Nghiệm của phương trình sinx = 1 là :

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{2};\,(k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pi + k2\pi,\,(k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$

Ta quy ước: Từ bài 72 đến bài 146 bạn đọc tự hiểu k thuộc tập số nguyên là điều hiển nhiên

Bài 72. Nghiệm của phương trình : sinx = –1 là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x = \pi + k2\pi$ C. $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$

Bài 73. Nghiệm của phương trình : sinx = 0 là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x = k\pi$ D. B và C đúng

Bài 74. Nghiệm của phương trình : cosx = 1 là

A. $x = k2\pi$ B. $x = k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Bài 75. Nghiệm của phương trình cosx = –1 là:

A. $x = k\pi$ B. $x = \pi + k2\pi$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ D. $x = -\pi + k\pi$

Bài 76. Nghiệm của phương trình : cosx = 0 là:

A. $x = 180^0 + k360^0$ B. $x = 90^0 + k180^0$

C. $x = 90^0 + k360^0$ D. $x = k90^0$

Bài 77. Nghiệm của phương trình tanx = 1

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ C. $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

Bài 78. Nghiệm của phương trình : tanx = –1 là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$

C. $x = (-1)^{2k+1}\frac{\pi}{4} + k\pi$ D. B và C đúng

Bài 79. Phương trình : tanx = 0 có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = k\pi$ C. $x = k2\pi$ D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$

Bài 80. Phương trình: cotx = 1 có nghiệm là :

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

Bài 81. Phương trình cotx = −1 có nghiệm là:

A. $x = (-1)^{2k+1}\frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$

C. $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ D. Tất cả đều đúng

Bài 82. Phương trình cotx = 0 có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

C. $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$ D. Tất cả đều đúng

Bài 83. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là :

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$ C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$

Bài 84. Nghiệm của phương trình : $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

A. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \pm\frac{5\pi}{12} + k\pi$ C. $x = \pm\frac{\pi}{8} + k\pi$ D. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k\pi$

Bài 85. Nghiệm của phương trình 2sinx + $\sqrt{3}$ = 0 là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$ D. $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + k\pi$

Bài 86. Nghiệm của phương trình : 2sinx + $\sqrt{2}$ = 0 là:

A. $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = \frac{5\pi}{4} + k\pi$ D. Đáp án khác

Bài 87. Phương trình 2cos2x = $\sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \pm\frac{\pi}{12} + k\pi$

C. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$ D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$

Bài 88. Nghiệm của phương trình tan2x = $-\sqrt{3}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$ D. $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$

Bài 89. Nghiệm của phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$

Bài 90. Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ D. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$

Bài 91. Phương trình $\sin x - \cos x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x = \pi + k2\pi$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.$ D. Đáp án khác

Bài 92. Nghiệm của phương trình : $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ D. $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$

Bài 93. Nghiệm của phương trình : $\sin 4x - \cos 4x = -\sqrt{2}$ là :

A. $x = \frac{7\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ B. $x = \frac{5\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}$

C. $x = \frac{7\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}$ D. $x = \frac{7\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$

Bài 94. Nghiệm của phương trình : $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$ là :

A. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3}$ B. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

C. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}$

Bài 95. Nghiệm của phương trình : $\sin 2x - \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ là :

A. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}$

C. $x = \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$

Bài 96. Nghiệm của phương trình : $\tan 2x - \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}$ B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}$ (k không chia hết cho 3)

Bài 97. Số nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ $x \in [0, 2\pi]$

A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Bài 98. Nghiệm của phương trình : $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin 5x$ là :

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{3} \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$

Bài 99. Số nghiệm của phương trình : $\cos^2 x + \cos x = 0$ với $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ là:

A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Bài 100. Số nghiệm của phương trình : $\cos^2 5\pi x = 1$, với $1 \le x \le 4$ là:

A. 4 B. 8 C. 12 D. 6

Bài 101. Số nghiệm của phương trình: $\cos^2 6\pi x = \frac{3}{4}$ với $0 < x < 1$ là:

A. 7 B. 9 C. 10 D. 11

Bài 102. Nghiệm của phương trình : $\cos(5x - 45^0) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = 30^0 + k72^0 \\ x = 45^0 + k72^0 \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = 39^0 + k72^0 \\ x = 21^0 + k72^0 \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = 39^0 + k72^0 \\ x = -21^0 + k72^0 \end{array}\right.$ D. Đáp án khác

Bài 103. Nghiệm của phương trình $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ D. Đáp án khác

Bài 104. Nghiệm của phương trình: $6\sin 2x - 3\cos 2x = 7$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ C. Vô nghiệm D. Đáp án khác

Bài 105. Nghiệm của phương trình: $\sqrt{3}\cos 5x + \sin 5x - 2\cos 3x = 0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{14} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right.$

Bài 106. Nghiệm của phương trình : $3\sin x + 2\cos x = 4$ là:

A. Vô nghiệm B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ D. Đáp án khác

Bài 107. Phương trình $3\sin x + 4\cos x = \frac{5}{2}$, và $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} - \alpha + k\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} - \alpha + k\pi \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} - \alpha + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} - \alpha + k2\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} - \alpha + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$ D. Đáp án khác

Bài 108 Nghiệm của phương trình : $\sin 7x + \sqrt{3}\cos 7x = \sqrt{2}$ là:

A. Vô nghiệm B. $\left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{21} + \frac{k2\pi}{7} \\ x = \frac{5\pi}{21} + \frac{k2\pi}{7} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{42} + \frac{k2\pi}{7} \\ x = \frac{5\pi}{42} + \frac{k2\pi}{7} \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{84} + \frac{k2\pi}{7} \\ x = \frac{5\pi}{84} + \frac{k2\pi}{7} \end{array}\right.$

Bài 109. Nghiệm của phương trình: $\sin 5x + \sqrt{3}\cos 5x = 2\sin 7x$ là:

A. Vô nghiệm B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} \end{array}\right.$

Bài 110. Nghiệm của phương trình: $\sqrt{3}\cos5x - 2\cos3x + \sin5x = 0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{48} + \dfrac{k\pi}{4} \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{48} + \dfrac{k\pi}{4} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{24} + \dfrac{k\pi}{4} \end{array}\right.$

D. Đáp án khác

Bài 111. Nghiệm của phương trình $3\sin3x - \sqrt{3}\cos9x = 1 + 4\sin^3 3x$ là:

A. Vô nghiệm

B. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{9} \\ x = \dfrac{7\pi}{54} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \\ x = \dfrac{7\pi}{54} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{9} \\ x = \dfrac{7\pi}{27} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$

Bài 112. Nghiệm của phương trình: $4\sin2x - 3\cos2x = 3(4\sin x - 1)$ là:

A. $x = k\pi$ B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ C. $x = k2\pi$ D. Vô nghiệm

Bài 113. Nghiệm của phương trình: $9\sin x + 6\cos x - 3\sin2x + \cos2x = 8$ là

A. $x = k\pi$ B. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x = \pi + k2\pi$

Bài 114. Nghiệm của phương trình: $2\cos^2 x + 5\cos x + 3 = 0$ là:

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$

B. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$

D. Đáp án khác

Bài 115. Số nghiệm của phương trình :

$4\sin^2 2x - 2(1 + \sqrt{2})\sin2x + \sqrt{2} = 0$ với $x \in (0, \pi)$ là:

A. 3 B. 4 C. 2 D. 1

Bài 116. Với $x \in [-\pi, 4\pi]$ số nghiệm của phương trình:

$\sin^2 2x - \cos2x + 1 = 0$ là:

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Bài 117. Nghiệm của phương trình : $\sqrt{3}\tan^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ B. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$ C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$

Bài 118. Từ phương trình: $\cos 3x-2\cos 2x=2$ ta tìm được giá trị của cosx bằng:

A. $0\vee-\frac{1}{2}$ B. $0\vee\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}\vee\frac{1}{2}$ D. 0

Bài 119. Từ phương trình: $3\sin^3x-3\cos^2x+7\sin x-\cos 2x+1=0$.
Ta tìm được giá trị của x là:

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$ B. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$ C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ D. Đáp án khác

Bài 120. Phương trình $\sqrt{3}\sin x-\cos x=1$ có số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi,\ \pi)$ là:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Bài 121. Nghiệm của phương trình: $\sin 5x+\sqrt{3}\cos 5x=2\sin 7x$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{18}+\frac{k\pi}{6} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{5}+k\pi \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{7}+\frac{k\pi}{7} \\ x=\frac{-\pi}{5}+\frac{k\pi}{5} \end{array}\right.$

Bài 122. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos 5x-2\cos 3x+\sin 5x=0$ với $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

Bài 123. Nghiệm của phương trình: $3\sin 3x-\sqrt{3}\cos 9x=1+4\sin^3 3x$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+\frac{k2\pi}{9} \\ x=\frac{7\pi}{54}+\frac{k2\pi}{9} \end{array}\right.$ D.Đáp án khác

Bài 124. Phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 8\sin x$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \end{array}\right.$

Bài 125. Giải phương trình $6\sin^2 x + \sin x.\cos x - \cos^2 x = 2$ với $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ có số nghiệm là:

A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Bài 126. Giải phương trình: $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x.\cos x + 2\cos^2 x = 1$ ta được họ nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Bài 127. Nghiệm của phương trình: $6\sin x - 2\cos^3 x = 5\sin 2x.\cos x$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$

Bài 128. Nghiệm của phương trình: $3\cos^4 x - 4\cos^2 x.\sin^2 x + \sin^4 x = 0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$ D. Vô nghiệm

Bài 129. Từ phương trình $\sin x.\cos x = 6(\sin x - \cos x - 1)$ ta tìm được giá trị $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. -1

Bài 130. Từ phương trình $\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\cos x+\sin x\right)-\sin 2x-\sqrt{2}=0$ ta tìm được sin2x có giá trị bằng

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. -1 D. Đáp án khác

Bài 131. Từ phương trình : $3(\sin x+\cos x)+2\sin 2x+3=0$ tìm được $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là:

A. $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$ B. $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$

C. $\left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Bài 132. Từ phương trình :

$$\left(1+\sqrt{3}\right)\left(\cos x+\sin x\right)-2\sin x.\cos x-1-\sqrt{3}=0$$

Tìm được $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 133. Từ phương trình: $\left(1+\sqrt{5}\right)\left(\sin x-\cos x\right)+\sin 2x-1-\sqrt{5}=0$ ta tìm được $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 134. Từ phương trình $5\sin 2x-16(\sin x+\cos x)+16=0$. Ta tìm được $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là:

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. -1

Bài 135. Từ phương trình $5\sin 2x+12(\sin x-\cos x)+12=0$ ta tìm được $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. 1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. -1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 136. Từ phương trình 6(sinx – cosx) + sinx.cosx + 6 = 0 ta tìm được giá trị $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. –1　　D. 1

Bài 137. Từ phương trình (1 + cosx)(1 + sinx) = 2 ta tìm được giá trị của $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. –1　　B. 1　　C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Bài 138. Từ phương trình $\sqrt{2}(\sin x+\cos x)=\tan x+\cot x$ ta tìm được $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. 1　　B. –1　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài 139. Nghiệm của phương trình: sinx + sin5x + sin9x = 0 với $0<x<\frac{\pi}{2}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{5} \\ x=\frac{2\pi}{5} \end{array}\right. \vee \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6} \\ x=\frac{\pi}{3} \end{array}\right.$　　B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{9} \\ x=\frac{2\pi}{9} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4} \\ x=-\frac{5\pi}{4} \end{array}\right.$　　D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3} \\ x=-\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$

Bài 140. Với $-\pi<x<\pi$ số nghiệm của phương trình :

cosx + cos2x + cos3x + cos4x = 0 là:

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 0

Bài 141. Với $0<x<\frac{\pi}{4}$ số nghiệm của phương trình :

$\sin^2x+\sin^2 2x+\sin^2 3x=\frac{3}{2}$ bằng:

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. 3

Bài 142. Phương trình: $\cos^2 4x + \cos^3 3x + \cos^2 2x + \cos^2 x = 2$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.$ $k \in \mathbb{Z}$

Bài 143. Phương trình $\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$ có họ nghiệm là :

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$ $, k \in \mathbb{Z}$

D. $\varnothing$

Bài 144. Với $-\pi < x < 0$, số giá trị x thoả phương trình :

$\sin 2x - \sin x + 2\cos x - 1 = 0$ là:

A. 3
B. 2
C. 1
D. 0

Bài 145. Phương trình $\cos x(\cos 4x + 2) + \cos 2x.\cos 3x = 0$, $-\pi < x < \pi$ có số nghiệm là:

A. 0
B. 1
C. 3
D. 2

Bài 146. Cho phương trình

$\sin\frac{x}{2}.\sin x - \cos\frac{x}{2}.\sin^2 x + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0$ và $x \in [0, 2\pi]$. Số nghiệm của phương trình là :

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

CHƯƠNG II. TỔ HỢP – XÁC XUẤT

§1. QUY TẮC ĐẾM

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc cộng

Một công việc X được hoàn thành bởi một trong hai công việc A và B. Nếu A có m cách thực hiện và B có n cách thực hiện (không trùng với bất kì cách thực hiện nào của A) thì công việc X có m + n cách thực hiện

Chú ý: Quy tắc cộng thực chất là chia một bài toán thành nhiều trường hợp khác nhau không trùng lặp. Khi đó đáp số của bài toán bằng tổng đáp số của các trường hợp

2. Quy tắc nhân.

Một công việc X được hoàn thành bởi hai công việc A và B liên tiếp. Nếu A có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện A đó có n cách thực hiện B thì công việc X có m.n cách thực hiện

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 147. Trong một hộp có 10 quả cầu trắng và 5 quả cầu đen. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 50 B. 15 C. 25 D. 20

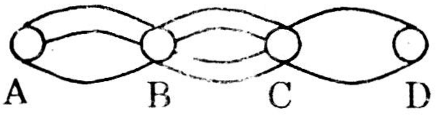
Bài 148. Một người có 15 quyển sách khác nhau gồm 10 quyển toán và 5 quyển lý. Người ấy muốn chọn ra một quyển sách toán và một quyển sách lý để tặng một người bạn. Hỏi người ấy có bao nhiêu cách chọn ?

A. 50 B. 15 C. 25 D. 20

Bài 149. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm một chữ số ?

A. 36 B. 720 C. 6 D. 120

Bài 150. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau như hình vẽ



Có bao nhiêu cách đi từ A đến D và phải qua B và C chỉ một lần

A. 9 B. 12 C. 24 D. 36

Bài 151. Có 4 quần tây, 5 áo sơ mi và 2 đôi giày. Có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo và 1 đôi giầy để đi dự tiệc ?

A. 10 B. 20 C. 11 D. 40

Bài 152. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 2 chữ số ?

A. 25 B. 20 C. 120 D. 60

Bài 153. Một lớp có 30 học sinh trong đó có 20 học sinh đăng kí học tự chọn môn toán, 15 học sinh đăng kí học tự chọn môn lý và 5 học sinh chưa đăng kí học tự chọn. Hỏi có bao học sinh đăng kí học tự chọn cả hai môn toán và lý ?

A. 25 B. 10 C. 5 D.20

Bài 154. Từ các chữ số 2, 4, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau ?

A. 64 B. 12 C. 18 D. 24

Bài 155. Lớp 11 A có 30 học sinh và lớp 11 B có 32 học sinh, có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh từ 2 lớp trên để tham gia đội công tác xã hội ?

A. 62 B. 960 C. 930 D. 31

Bài 156. Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiêu chẵn gồm 2 chữ số ?

A. 25 B. 36 C. 5 D. 6

Bài 157. Một hộp đựng 10 quả cầu trắng, 10 quả cầu đen và 10 quả cầu đỏ. Có bao nhiêu cách chọn 1 quả cầu đỏ từ hộp ở trên ?

A. 1000 B. 100 C. 10 D. 500

Bài 158. Có 15 bông hoa khác nhau trong đó có 15 bông hồng, 5 bông lan và 5 bông cúc. Có bao nhiêu cách chọn mỗi loại 1 bông để cắm vào một bình ?

A. 15 B. 125 C. 3 D. 25

Bài 159. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số

A. 180 B. 125 C. 216 D. 100

Bài 160. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm ba chữ số ?

A. 24 B. 32 C. 50 D. 125

Bài 161. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 ?

A. 125 B. 30 C. 25 D. 100

Bài 162. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và bắt đầu bởi 123 ?

A. 343 B. 180 C. 294 D. 210

Bài 163. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5

A. 108 B. 2880 C. 96 D. 120

Bài 164. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau và chia hết cho 2

A. 108 B. 21 C. 18 D. 24

Bài 165. Có bao nhiêu cách xếp 5 người vào 5 ghế đặt theo hàng ngang ?

A. 15 B. 3125 C. 60 D. 120

Bài 166. Có bao nhiêu cách xếp 4 người vào 7 ghế đặt theo hàng ngang ?

A. 22 B. 28 C. 840 D. 256

§2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. **Hoán vị :** Cho tập hợp A có n phần tử.

Mỗi cách xếp n phần tử đó theo một thứ tự nào đó được gọi là một hoán vị của n phần tử đó

Số cách hoán vị của n phần tử là : $P_n = n!$

2. **Chỉnh hợp:** Cho tập hợp A có n phần tử

Chọn k phần tử khác nhau từ n phần tử đó và xếp theo 1 thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

3. **Tổ hợp**

Cho tập A có n phần tử. Mỗi tập con có k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử.

Số tập con chập k của n phần tử là $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Chú ý :

a) $n! = 1.\ 2.\ 3 \ldots n$

$= (n-1)!\ n$

$= (n-2)!\ (n-1).n$

$= (n-3)!\ (n-2)(n-1)n$ (với $n \in \mathbb{N}^*$)

Qui ước $0! = 1$

b) P_n có điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$

A_n^k có điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$, $k \in \mathbb{N}$ và $n \ge k$

C_n^k có điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$, $k \in \mathbb{N}$ và $n \ge k$

Đặt biệt $A_n^n = P_n$

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 167. Điều kiện xác định của P_{3-n} là:

A. $n \in \mathbb{N}$ và $n \leq 2$ B. $n \in \mathbb{N}$ và $n \leq 3$

C. $n \in \mathbb{Z}$ và $n \leq 2$ D. $n \in \mathbb{Z}$ và $n \leq 3$

Bài 168 Cho $n, k \in \mathbb{N}$. Điều kiện xác định của A_n^k là:

A. $1 < k < n$ B. $1 \leq k < n$ C. $1 < k \leq n$ D. $1 \leq k \leq n$

Bài 169. Cho $n, k \in \mathbb{N}$. Điều kiện xác định của C_n^k là:

A. $1 < k < n$ B. $1 \leq k \leq n$ C. $0 < k < n$ D. $0 \leq k \leq n$

Bài 170. Cho $n \in \mathbb{N}$. Kí hiệu nào sau đây là đúng ?

A. $A_{n^2+2n-3}^{n^2+3n}$ B. $A_{n-n^2}^{3}$ C. $A_{n^2-2n+3}^{n^2-2n+2}$ D. $A_{\frac{2n+1}{2}}^{4}$

Bài 171. Điều kiện nào sau đây để $A_{n^2-5n+7}^{n-1}$ xác định ?

A. $n \geq 4$ B. $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 4 \end{cases}$

C. $n = 2$ hay $n \geq 4$ D. $n \in \mathbb{N}$ và $n = 2$ hay $n \geq 4$

Bài 172. Điều kiện nào sau đây để $C_{2n^2+3n}^{n^2+n}$ xác định ?

A. $n = 0$ B. $n \leq -2$ hay $n = 0$ ($n \in \mathbb{Z}$)

C. $n \leq -2$ hay $n = 0$ ($n \in \mathbb{N}$) D. $n = 0$ hay $n \leq -2$

Bài 173. Với các giá trị nào của n thì $1! + n! = 2!$?

A. $n = 0$ B. $n = 1$

C. $n = 0$ hay $n = 1$ D. $n = 2$

Bài 174. Với các giá trị nào của n thì $n! = 2!(n-2)!$?

A. $n = 2$ B. $n = -1$ hay $n = 2$

C. $n = -1$ D. $n = 3$

Bài 175. Với giá trị nào của n thì $A_n^2 = 72$?

A. $n = -8$ hay $n = 9$ B. $n = 10$

C. $n = 9$ D. $n = 8$

Bài 176. Với các giá trị nào của n thì $A_n^4 = 30A_n^2$?

A. $n = 8$ B. $n = -3$ hay $n = 8$

C. $n = 7$ D. $n = 9$

Bài 177. Với các giá trị nào của n thì $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$

A = 7 B. $n = 8$ C. $n = 5$ D. $n = 6$

Bài 178. Với các giá trị nào của n thì $C_n^5 = 17C_n^4$?

A. 80 B. 89 C. 82 D. 100

Bài 179. Với các giá trị nào của n thì $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = \frac{7n}{2}$?

A. n = 0 hay n = 4 B. n = ±4 C. n = 5 D. n = 4

Bài 180. Với các giá trị nào của n thì $C_{n+10}^{n+4} = C_{n+10}^{2n-10}$?

A. n = 14 hay n = 8 B. n = 14

C. n = 8 D. n = 22

Bài 181. Với các giá trị nào của n thì $A_n^2 C_n^{n-1} = 48$?

A. n = 3 B. n = 4 C. n = 5 D. n = 6

Bài 182. Với các giá trị nào của n thì $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$?

A. n = 5 B. n = 6 C. n = 7 D. n = 8

Bài 183. Với các giá trị nào của n thì $A_n^3 - 2C_n^4 = 3A_n^2$?

A. n = 11 B. n = 6

C. n = 11 hay n = 6 D. n = 10 hay n = 5

Bài 184. Với các giá trị nào của n thì $\frac{P_{n+3}}{P_{n-5}} = 720A_n^5$?

A. n = 7 B. n = 8 C. n = 9 D. n = 10

Bài 185. Với các giá trị nào của n thì $\frac{P_n - P_{n-1}}{P_{n+1}} = \frac{1}{6}$?

A. n = 2 hay n = 4 B. n = 3 hay n = 4

C. n = 3 hay n = 5 D. n = 2 hay n = 3

Bài 186. Với các giá trị nào của n thì $A_n^3 + 3A_n^2 = \frac{1}{2}P_{n+1}$?

A. n = 2 B. n = 3 C. n = 4 D. n = 5

Bài 187. Với giá trị nào của n và k thì $\begin{cases} C_n^k = 6 \\ A_n^k = 12 \end{cases}$?

A. n = 4 và k = 2 B. n = 3 và k = 2

C. n = 5 và k = 3 D. n = 4 và k = 1

Bài 188. Với giá trị nào của n và k thì $\begin{cases} C_n^k - C_n^{k+1} = 0 \\ 4C_n^k - 5C_n^{k-1} = 0 \end{cases}$?

A. n = 16 và k = 8 B. n = 17 và k = 8

C. n = 17 và k = 7 D. n = 16 và k = 8

Bài 189. Với các giá trị nào của x và y thì $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y + 2C_x^y = 120 \end{cases}$

A. $x = 5$ và $y = 3$ B. $x = 5$ và $y = 2$

C. $x = 4$ và $y = 2$ D. $x = 4$ và $y = 3$

Bài 190. Với các giá trị nào của x thì $A_x^3 + 5A_x^2 \le 21x$?

A. $0 \le x \le 6$ B. $x = 0$ hay $x = 6$

C. $3 \le x \le 4$ D. $x = 3$ hay $x = 4$

Bài 191. Với các giá trị nào của x thì $A_x^3 + 2C_x^{x-2} \le 9x$?

A. $x = 0$ hay $x = 1$ hay $x = 2$ hay $x = 3$ hay $x = 4$

B. $x = 1$ hay $x = 2$ hay $x = 3$ hay $x = 4$

C. $x = 2$ hay $x = 3$ hay $x = 4$

D. $x = 3$ hay $x = 4$

Bài 192. Với các giá trị nào của x thì $\frac{1}{2}A_{2x}^2 - A_x^2 \le \frac{6}{x}C_x^3 + 10$?

A. $x = 3$ hay $x = 4$

B. $x = 2$ hay $x = 3$ hay $x = 4$

C. $x = 1$ hay $x = 2$ hay $x = 3$ hay $x = 4$

D. $x = 0$ hay $x = 1$ hay $x = 2$ hay $x = 3$ hay $x = 4$

Bài 193. Tập hợp các giá trị m nào sau đây thoả $C_{13}^m < C_{13}^{m+2}$?

A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Bài 194. Với các giá trị nào của x và y để $\frac{A_{x+1}^{y+1}.P_{x-y}}{P_{x-1}} = 72$?

A. $x = 8$ và $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

B. $x = 8$ và $y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

C. $x = 8$ và $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 8\}$

D. $x = 8$ và $y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Bài 195. Tập hợp nào sau đây là tập giá trị của hàm số $f(x) = A_{x-3}^{7-x}$?

A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{5, 6, 7\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{5, 6\}$

Bài 196. Tập hợp nào sau đây là tập giá trị của hàm số $f(x) = C_{x-2}^{2x-8}$

A. $\{4, 5, 6\}$ B. $\{5, 6\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{1, 3, 4\}$

§3. DÙNG P_n, A_n^r, C_n^r ĐỂ ĐẾM

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho tập hợp A có n phần tử.

1. Số cách lấy n phần tử của tập hợp A và n phần tử đó được xếp theo một thứ tự nhất định nào đó là số các hoán vị của n phần tử: $P_n = n!$
2. Số cách lấy k phần tử của tập hợp A và k phần tử đó được xếp theo một thứ tự nhất định nào đó là số chỉnh hợp chập k của n phần tử : $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$
3. Số cách lấy k phần tử của tập hợp A và k phần tử đó không cần xếp theo 1 thứ tự nào là số chỉnh hợp chập k của n phần tử : $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

B - TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 197. Lớp 11A có 30 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ những học sinh trên để tham gia văn nghệ ?

A. A_{30}^5 B. C_{30}^5 C. P_5 D. P_{30}.

Bài 198. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau đôi một ?

A. A_6^3 B. C_6^3 C. P_3 D. P_6

Bài 199. Có 5 quyển sách khác nhau. Có bao nhiêu cách tặng 5 quyển sách đó cho 5 học sinh giỏi và mỗi học sinh một quyển ?

A. A_{10}^5 B. C_5^5 C. P_5 D. P_{10}

Bài 200. Từ 10 bông hoa có chủng loại khác nhau và 4 cái lọ khác nhau, có bao nhiêu cách cắm 4 bông hoa vào 4 lọ và mỗi lọ 1 bông hoa ?

A. P_{10} B. P_4 C. A_{10}^4 D. C_{10}^4

Bài 201. Từ 10 điểm phân biệt và không có ba điểm nào thẳng hàng, có thể thành lập được bao nhiêu đoạn thẳng ?

A. P_{10} B. P_{12} C. A_{10}^2 D. C_{10}^2

Bài 202. Từ 10 điểm phân biệt trong mặt phẳng và không có ba điểm nào thẳng hàng, có thể vẽ được bao nhiêu tam giác ?

A. P_{10} B. P_3 C. A_{10}^3 D. C_{10}^3

Bài 203. Từ 10 điểm phân biệt và không có ba điểm nào thẳng hàng, có thể lập được bao nhiêu vectơ ?

A. P_{10} B. P_2 C. A_{10}^2 D. C_{10}^2

Bài 204. Từ 10 điểm phân biệt nằm trong một mặt phẳng và không có ba điểm nào thẳng hàng, có thể lập được bao nhiêu tứ giác lồi ?

A. C_{10}^4 B. A_{10}^4 C. P_{10} D. P_4

Bài 205. Số đường chéo của một đa giác có 10 cạnh là bao nhiêu ?

A. 45 B. 35 C. 90 D. 86

Bài 206. Có bao nhiêu cách dán 5 con tem khác nhau vào 5 phong bì khác nhau và mỗi phong bì một tem ?

A. P_{10} B. P_5 C. A_{10}^5 D. C_{10}^5

Bài 207. Một học sinh có 10 cây viết khác nhau. Học sinh đó có bao nhiêu cách chọn 3 trong 10 cây viết đó để đi học ?

A. C_{10}^3 B. A_{10}^3 C. P_{10} D. P_3

Bài 208. Một học sinh có 10 cây viết khác nhau. Học sinh đó có bao nhiêu cách chọn 3 trong 10 cây viết đó để tặng 3 người bạn mỗi bạn 1 cây ?

A. C_{10}^3 B. A_{10}^3 C. P_{10} D. P_3

Bài 209. Có bao nhiêu cách phân công 5 học sinh về 5 phường trong quận để tham gia chiến dịch mùa hè xanh ?

A. A_{10}^5 B. C_{10}^5 C. P_{10} D. P_5

Bài 210. Một lớp có 30 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự lớp ?

A. A_{30}^3 B. C_{30}^3 C. P_{30} D. P_3

Bài 211. Một hộp đựng 10 quả cầu khác nhau gồm 5 quả cầu trắng và 5 quả cầu đen. Có bao nhiêu cách chọn 2 quả cầu trắng và 2 quả cầu đen từ hộp đó ?

A. $C_5^2.C_5^2$ B. $A_5^2A_5^2$ C. C_{10}^4 D. A_{10}^4

Bài 212. Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam và 10 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh nam thi bóng chuyền và 2 học sinh nữ thi cầu lông ?

A. C_{30}^8 B. A_{30}^8 C. $C_{20}^6.C_{10}^2$ D. $A_{20}^6A_{10}^2$

Bài 213. Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam và 10 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh nam thi toán và 2 học sinh nữ thi lý, hoá ? (Mỗi học sinh thi một môn)

A. $C_{20}^3.C_{10}^2$ B. $A_{20}^3A_{10}^2$ C. $A_{20}^3C_{10}^2$ D. $C_{20}^3A_{10}^2$

Bài 214. Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam và 10 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh nam thi toán, lý và 2 học sinh nữ thi hoá, sinh ? (Mỗi học sinh chỉ thi một môn)

A. $C_{20}^2C_{10}^2$ B. $A_{20}^2A_{10}^2$ C. $A_{20}^2C_{10}^2$ D. $C_{20}^2A_{10}^2$

Bài 215. Một lớp có 30 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh tham gia văn nghệ và 2 học sinh tham gia phong trào thể thao của nhà trường ?

A. $C_{30}^3.C_{30}^2$ B. $A_{30}^3A_{30}^2$ C. $C_{30}^3C_{27}^2$ D. $A_{30}^3A_{27}^2$

Bài 216. Một lớp có 30 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh thi toán, lý, hóa và 2 học sinh thi sinh vật ? (Mỗi học sinh thi một môn)

A. $C_{30}^3A_{27}^2$ B. $A_{30}^3C_{27}^2$ C. $C_{30}^3C_{27}^2$ D. $A_{30}^3A_{27}^2$

Bài 217. Xét bài toán sau đây :

Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam và 10 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh tham gia văn nghệ trong đó phải có cả nam và nữ

Một học sinh giải bài toán đó như sau :

Bước 1: Số cách chọn 1 trong 20 học sinh nam là 20 (cách)

Bước 2: Số cách chọn 1 trong 10 học sinh nữ là 10 (cách)

Bước 3: Số cách chọn 3 trong 28 học sinh còn lại là C_{28}^3 (cách)

Bước 4: Số cách chọn theo yêu cầu bài toán là : $20 \times 10 \times C_{28}^3$ (cách)

Lời giải trên khởi sai từ bước nào ?

A. Bước 1 B. Bước 2 C. Bước 3 D. Bước 4

Bài 218. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau và trong đó phải có chữ số 1 ?

A. 96 B. 16 C. 24 D. 119

Bài 219. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số trong đó phải có chữ số lẻ ?

A. 113 B. 114 C. 60 D. 120

Bài 220: Một người nông dân có 10 cây giống khác nhau gồm 6 cây xoài và 4 cây mít. Người ấy muốn chọn 4 cây để trồng sao cho phải có đủ 2 loại xoài và mít. Hỏi người ấy có mấy cách để chọn ?

A. 672 B. 210 C. 194 D. 200

Bài 221. Từ 3 bông hồng vàng, 4 bông hồng trắng và 5 bông hồng đỏ (các bông xem như đôi một khác nhau), có bao nhiêu cách chọn một bó hoa gồm 5 bông trong đó có đúng 1 bông hồng đỏ ?

A. 175 B. 4200 C. 1650 D. 787

Bài 222. Một lớp có 20 học sinh trong đó có 15 nam và 5 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội gồm 4 học sinh trong đó có ít nhất một nữ ?

A. 2275 B. 4830 C. 3840 D. 3480

Bài 223. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và trong đó phải có 2 chữ số 1 và 2?

A. 12 B. 144 C. 360 D. 348

Bài 224. Có 20 quyển sách khác nhau gồm 15 quyển sách toán và 5 quyển sách lý. Có bao nhiêu cách chọn 5 quyển sách toán và 2 quyển sách lý để xếp có thứ tự lên 1 kệ sách dài ?

A. 151351200 B. 30030 C. 210210 D. 77520

Bài 225. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó có 3 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn ?

A. 60 B. 1440 C. 7200 D. 172800

Bài 226. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau ?

A. 30240 B. 252 C. 45360 D. 27216

Bài 227. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số khác nhau ?

A. 13440 B. 15120 C. 25200 D. 30240

Bài 228. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số sao cho chữ số đứng sau nhỏ hơn chữ số đứng trước nó ?

A. 30240 B. 15120 C. 126 D.252

Bài 229. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó ?

A. 30240 B. 15120 C. 126 D. 252

Bài 230. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau ?

A. 13440 B. 13776 C. 15120 D. 25200

Bài 231. Có bao nhiêu cách xếp 5 nam và 3 nữ ngồi trên một băng ghế dài sao cho nam ngồi kề nhau và nữ ngồi kề nhau ?

A. 1440 B. 720 C. 40320 D. 80640

Bài 232. Có bao nhiêu cách xếp 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý và 2 quyển sách hoá (các quyển sách đều khác nhau) lên một kệ sách dài sao cho các quyển sách cùng môn được xếp kề nhau ?

A. 288 B. 1728 C. 362880 D. 864

Bài 233. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho ba chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt và đứng kề nhau ?

A. 432 B. 360 C. 36 D. 216

Bài 234. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt ba lần và đứng kề nhau, các chữ số khác có mặt không quá một lần ?

A. 432 B. 261 C. 36 D. 360

Bài 235. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt ba lần và các chữ số khác có mặt không quá một lần ?

A. 120 B. 720 C. 72 D. 216

§4. NHỊ THỨC NIU - TƠN

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Công thức nhị thức Niu - tơn

$(a + b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2 + ... + C_n^ka^{n-k}b^k + ... + C_n^nb^n$ (*)

Từ (*) có nhận xét:

- Trong khai triển $(a + b)^n$ có n + 1 số hạng
- Số hạng thứ k + 1 trong khai triển $(a + b)^n$ kể từ trái sang phải (kể từ số hạng đầu) là: $C_n^ka^{n-k}b^k$
- Số hạng thứ k + 1 trong khai triển $(a + b)^n$ kể từ phải sang trái (kể từ số hạng cuối) là $C_n^{n-k}a^kb^{n-k}$
- $(a - b)^n = C_n^0a^n - C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2 - ... + (-1)^n C_n^nb^n$

2. Tam giác Pa–xcan : $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$

$$\begin{array}{lccccccccccc}
n = 0 \longrightarrow & & & & & & 1 & & & & & \\
n = 1 \longrightarrow & & & & & 1 & & 1 & & & & \\
n = 2 \longrightarrow & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
n = 3 \longrightarrow & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
n = 4 \longrightarrow & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
n = 5 \longrightarrow & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
\end{array}$$

Ví dụ : $(a + b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$.

B - TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 236. Hệ số của x^4 trong khai triển $(1 + x)^{10}$ thành đa thức là :

A. 160 B. 210 C. 252 D. 120

Bài 237. Hệ số của x^5 trong khai triển $(2 + x)^6$ thành đa thức là :

A. 6 B. 60 C. 15 D. 12

Bài 238. Hệ số của x^3 trong khai triển $(1 - 2x)^8$ thành đa thức là :

A. - 56 B. 56 C. -448 D. 448

Bài 239. Hệ số của x^4 trong khai triển $(1 - 2x)^7$ thành đa thức là:

A. 280 B. -280 C. -560 D. 560

Bài 240. Hệ số của x^2y^8 trong khai triển $(2x + y)^{10}$ thành đa thức là:

A. 180 B. 45 C. 960 D. 120

Bài 241. Khai triển nhị thức $(2 + x)^{10}$ và xếp theo thứ tự luỹ thừa của x, số hạng thứ 7 kể từ trái sang phải là bao nhiêu ?

A. $3360x^6$ B. $960x^7$ C. $8064x^5$ D. $210x^6$

Bài 242. Trong tam giác Pa-xcan, hàng thứ 8 và thứ 9 được viết

1   7   21   35   35   21   7   1

1   8   *   56   *   56   28   1

Hai số cần điền vào * theo thứ tự là:

A. 25 và 35   B. 29 và 70   C. 90 và 62   D. 28 và 70

Bài 243. Trong khai triển $(2x + 3y)^8$, hệ số của số hạng đứng chính giữa bằng bao nhiêu ?

A. 48384   B. 90720   C. 108864   D. 60480

Bài 244. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ là :

A. 130   B. 180   C. 210   D. 200

Bài 245. Trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$, hệ số của số hạng chứa x^4 bằng bao nhiêu ?

A. 5   B. $\frac{55}{9}$ C. 495   D. $\frac{75}{9}$

Bài 246. Trong khai triển nhị thức $(1 + x)^n$ biết hiệu số giữa số hạng thứ 3 và thứ 2 bằng 44. Khi đó n bằng bao nhiêu ?

A. 11   B. 8   C. 10   D. 9

Bài 247. Khai triển và rút gọn $P(x) = (1 + x)^2 + (1 + x)^3 + ... + (1 + x)^{10}$ ta được $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{10}x^{10}$. Hệ số a_9 bằng bao nhiêu ?

A. 8   B. 9   C. 10   D. 11

Bài 248. Khai triển $(a + b)^5$ rồi thay a, b bằng các số thích hợp thì tổng $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$ bằng bao nhiêu ?

A. 0   B. 1   C. 32   D. 64

Bài 249. Khai triển và rút gọn $P(x) = (1 + 3x - 4x^2)^{10}$ ta được $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{20}x^{20}$. Khi đó $a_0 + a_1 + a_2 + a_{20}$ bằng bao nhiêu ?

A. 0   B. 1   C. 2^{10} D. 3^{10}.

§5. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Gieo một đồng tiền kim loại, gieo một con **súc sắc, rút một quân bài** từ một cỗ bài tú lơ khơ, hay chọn một cái **áo từ 5 cái áo muốn mua,** là những ví dụ về phép thử .
2. Gieo một con súc sắc, ta không thể đoán **trước được mặt 1 chấm hay** 2 chấm hay 3 chấm, ... là ví dụ về phép **thử ngẫu nhiên.**
3. Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của **một phép thử gọi là không** gian mẫu của phép thử và kí hiệu là Ω
4. Mỗi tập con của không gian mẫu Ω gọi là **một biến cố**
   ϕ gọi là biến cố không thể và Ω gọi là biến **cố chắc chắn**
5. Gọi A là một biến cố :
   $\overline{A} = \Omega \setminus A$ gọi là biến cố đối của A
   Suy ra $\overline{A} \cup A = \Omega$
6. Cho A và B là hai biến cố liên quan đến **một phép thử**
   - $A \cup B$ gọi là hợp của hai biến cố A và B
   - $A \cap B$ gọi là giao của hai biến cố A và B
   - $A \cap B = \phi$ gọi là A và B xung khắc

   Chú ý : Biến cố $A \cap B$ còn được viết A. B

   Tóm tắt :

Kí hiệu	Tên gọi của biến cố
$A \subset \Omega$	A là biến cố
$A = \phi$	A là biến cố không
$A = \Omega$	A là biến cố chắc chắn
$C = A \cup B$	C là biến cố: **"A hoặc B"**
$C = A \cap B$	C là biến cố : **"A và B"**
$A \cup B = \phi$	A và B xung khắc
$B = \overline{A}$	A và B đối nhau

7. Số phần tử của A kí hiệu là $|A|$
8. Giả sử A là biến cố liên quan đến một **phép thử chỉ có một số hữu** hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. **Xác suất của biến cố A là :**
   $$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$$ ($|\Omega_A|$ là số phần tử của A)
9. Tính chất :
   a) $P(\phi) = 0$ và $P(\Omega) = 1$

b) $0 \leq P(A) \leq 1$, với mọi biến cố A

c) Nếu A và B xung khắc thì: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

d) $P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right)$

10. Nếu $P(A.\ B) = P(A)\ .\ P(B)$ thì A và B gọi là hai biến cố độc lập

11. Các bước tính xác suất của một biến cố .

Bước 1: Gọi A là biến cố cần tính xác suất

Bước 2: Tính $|\Omega_A|$

Bước 3: Tính $|\Omega|$

Từ đó ta có : $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 250. Gieo một đồng tiền ba lần, không gian mẫu là tập hợp các bộ ba (S hoặc N) nào sau đây ?

A. {SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS}

B. {SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN}

C. {SSS, NNN, SSN, NSS, SNS, NSN}

D. {SSS, NNN, NSS, SNN,}

Bài 251. Gieo một đồng tiền ba lần. Biến cố "mặt sấp xảy ra ít nhất một lần" là tập hợp nào sau đây ?

A. {SSS, SSN, SNS, SNN}

B. {SNN, NSN, NNS}

C. {SSN, SNS, NSS}

D. {SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS}

Bài 252. Gieo một đồng tiền bốn lần. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử ?

A. 8 B. 16 C. 32 D. 64.

Bài 253. Gieo một con súc sắc ba lần. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

A. 18 B. 36 C. 96 D. 216

Bài 254. Từ một hộp chứa 8 quả cầu trắng và 7 quả cầu đen, lấy ngẫu nhiên bốn quả cầu từ hộp đó. Số phần tử của không gian mẫu là bao nhiêu ?

A. 1365 B. 32760 C. 2450 D. 1001

Bài 255. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ một tổ gồm 10 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Số phần tử của không gian mẫu là bao nhiêu ?

A. 1365 B. 32760 C. 2450 D. 1001

Bài 256. Rút ngẫu nhiên 5 con bài từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 con. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử ?

A. A_{52}^{5} B. C_{52}^{5} C. P_5 D. P_{52}.

Bài 257. Một tổ có 8 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người từ tổ đó. Xác suất để chọn được cả 2 nam bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{28}{33}$ B. $\frac{14}{33}$ C. $\frac{64}{33}$ D. $\frac{16}{33}$

Bài 258. Một hộp đựng 4 viên bi đỏ và 5 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Xác suất để chọn được đúng một viên bi đỏ là:

A. $\frac{20}{21}$ B. $\frac{4}{21}$ C. $\frac{16}{21}$ D. $\frac{10}{21}$

Bài 259. Trong một hộp đựng 10 cây viết trong đó có 4 cây viết hư. Lấy ngẫu nhiên 3 cây viết. Xác suất để chọn được cả 3 cây đều tốt là bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

Bài 300. Gieo 2 con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc giống nhau là bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

Bài 301. Gieo một đồng tiền 5 lần. Xác suất để cả 5 lần đều xuất hiện mặt ngửa là :

A. $\frac{1}{32}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

Bài 302. Từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con rút ngẫu nhiên 4 con. Xác suất để được 1 con át và 3 con K là bao nhiêu ?

A. $\frac{15}{270725}$ B. $\frac{16}{270725}$ C. $\frac{17}{270725}$ D. $\frac{18}{270725}$

Bài 303. Có 6 quả cầu được đánh số từ 1 đến 6 và đựng trong một hộp. Lấy ngẫu nhiên 4 quả và xếp chúng theo thứ tự thành hàng ngang từ trái sang phải. Xác suất để được tổng các chữ số bằng 10 là bao nhiêu

A. $\frac{4}{15}$ B. $\frac{3}{15}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{1}{15}$

Bài 304. Trong 100 vé số có 1 vé trúng 10.000 đồng , 5 vé trúng 5.000 đồng và 10 vé trúng 1.000 đồng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé. Xác suất để người đó trúng thưởng đúng 3.000 đồng là bao nhiêu ?

A. $\frac{4}{2695}$ B. $\frac{3}{2695}$ C. $\frac{2}{2695}$ D. $\frac{1}{2695}$

Bài 305. Một hộp đựng 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên từ hộp một thẻ. Xác suất để số ghi trên thẻ lấy ra đó chia hết cho 2 hoặc cho 5 là bao nhiêu ?

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

Bài 306. Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg, 6kg, 7kg, 8kg. Chọn ngẫu nhiên ba quả cân trong số đó. Xác suất để tổng trọng lượng 3 quả cân được chọn không vượt quá 9kg là bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{14}$ B. $\frac{5}{56}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{3}{28}$

Bài 307. Một hộp chứa 10 viên bi gồm 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó. Xác suất để lấy được 2 viên bi màu trắng và 2 viên bi màu trắng và 2 viên bi màu đỏ là bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{7}$

Bài 308. Một hộp đựng 20 viên bi gồm 12 viên màu đỏ và 8 viên màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Xác suất để có ít nhất một viên bi màu đỏ là bao nhiêu ?

A. $\frac{271}{285}$ B. $\frac{269}{285}$ C. $\frac{251}{285}$ D. $\frac{243}{285}$

Bài 309. Gieo liên tiếp 4 lần một đồng tiền cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố A: "có ít nhất một lần mặt ngửa xuất hiện" là bao nhiêu ?

A. $\frac{13}{16}$ B. $\frac{14}{16}$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{12}{16}$

Bài 310. Một tổ có 10 nam và 5 nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 người. Xác suất để có ít nhất một nữ bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{2}{13}$ C. $\frac{11}{13}$ D. $\frac{4}{13}$

Bài 311. Có hai bình, mỗi bình chứa 6 viên bi. Bình thứ nhất có 3 bi xanh, 2 bi vàng và 1 bi đỏ. Bình thứ hai có 2 bi xanh, 1 bi vàng và 3 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi bình 1 viên bi. Xác suất để được 2 bi xanh là bao nhiêu ?

A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{24}$ C. $\frac{1}{216}$ D. $\frac{1}{6}$

Bài 312. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một phát vào bia. Xác suất trúng đích của người thứ nhất là 0,9; người thứ hai là 0,7. Xác suất cả 2 người đều trúng là bao nhiêu ?

A. 0,63 B. 0,2 C. 0,16 D. 0,9

Bài 313. Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II. Xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ theo thứ tự là 0,9 và 0,8 . Lấy ngẫu nhiên ra một xạ thủ và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là bao nhiêu ?

A. 0,45. B. 0,55 C. 0,35 D. 0,65.

Bài 314. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1

Kỳ vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc X bằng bao nhiêu ?

A. 2,0 B. 2,1 C. 2,2 D. 2,3

Bài 315. Cho biến ngẫu nhiên nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	0	1	2
P	0,06	0,38	0,56

Phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc X bằng bao nhiêu ?

A. 0,35 B. 0,36 C. 0,37 D. 0,38

CHƯƠNG III. DÃY SỐ
CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

§1. DÃY SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Dãy số được kí hiệu là (u_n)

- u_1 gọi là số hạng đầu
- u_n là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số.

2. Dãy số tăng, dãy số giảm

- **Nếu hiệu số** $u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in N^*$ thì u_n gọi là dãy số tăng
- **Nếu hiệu số** $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in N^*$ thì u_n gọi là dãy số giảm
- **Muốn chứng minh** một dãy số không tăng và không giảm ta chọn 3 số tự nhiên m, n, p mà $m < n < p$ (thường là 3 số tự nhiên đầu tiên 1, 2, 3) sao cho: $u_n > u_m$ và $u_n < u_p$.

3. Dãy số bị chặn

- **Nếu tồn tại** một hằng số M sao cho $u_n \le M, \forall n \in N^*$ thì ta gọi (u_n) là dãy số bị chặn trên.
- **Nếu tồn tại** một hằng số m sao cho $u_n \ge m, \forall n \in N^*$ thì ta gọi (u_n) là dãy số bị chặn dưới.
- **Nếu dãy số** (u_n) bị chặn trên và bị chặn dưới thì (u_n) gọi là dãy số bị chặn.

Chú ý: Nếu $u_n < M, \forall n \in N^*$ thì (u_n) cũng được gọi là dãy số bị chặn trên hoặc $u_n > m, \forall n \in N^*$ thì (u_n) cũng được gọi là dãy số bị chặn dưới

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 316. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^{n+1}$. Số hạng u_{n+1} bằng bao nhiêu ?

A. 5^{n+1} B. $5^{n+1} + 1$ C. 25.5^{n+1} D. $5^{(n+2)}$

Bài 317. Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số tăng ?

A. $u_n = 3 - n$ B. $u_n = 2 - \frac{1}{n}$ C. $u_n = (-1)^n.2^n$ D. $u_n = \frac{2}{n} + 7$

Bài 318. Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số giảm ?

A. $u_n = 2^{n+3}$ B. $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ C. $u_n = n^2 + 2$ D. $u_n = \frac{(-1)^{2n}}{n}$

Bài 319. Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số bị chặn trên ?

A. $u_n = 2n + 3$　　B. $u_n = n + \frac{1}{n}$

C. $u_n = \frac{n+2}{n+1}$　　D. $u_n = \frac{n^2+n+3}{n+1}$

Bài 320. Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số bị chặn dưới ?

A. $u_n = n^2 + 2n - 1$　　B. $u_n = 3 - 2n$

C. $u_n = \frac{1-n^2}{n}$　　D. $u_n = 4 - \sqrt{n+1}$

Bài 321. Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số bị chặn ?

A. $u_n = n^2 + 1$　　B. $u_n = \frac{1}{n^2+1}$

C. $u_n = 1 - \sqrt{n+4}$　　D. $u_n = 3 + |1 - n^2|$

Bài 322. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = -1$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ $(n \geq 1)$ thì số hạng tổng quát u_n là:

A. $u_n = 3n - 4$　　B. $u_n = n + 3$　　C. $u_n = 4 - 5n$　　D. $u_n = 2 - 3n$.

Bài 323. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}$ $(n \geq 1)$ thì số hạng tổng quát u_n là:

A. $u_n = \sqrt{2n+7}$　　B. $u_n = \sqrt{n+8}$

C. $u_n = \sqrt{10-n}$　　D. $u_n = \sqrt{3n+6}$

Bài 324. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = 2u_n - 1$ $(n \geq 1)$. Khi đó u_{50} bằng bao nhiêu ?

A. $2^{50} - 1$　　B. $2^{50} + 1$　　C. $2^{49} - 1$　　D. $2^{49} + 1$

Bài 325. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = 2u_n$ $(n \geq 1)$. Khi đó u_{20} bằng bao nhiêu ?

A. 3.2^{19}　　B. 3.2^{20}　　C. 2^{19}　　D. 2^{20}

Bài 326. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n}{n^2+1}$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ mấy ?

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10.

§2. CẤP SỐ CỘNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. (u_n) là cấp số cộng với công sai d thì :

$$\boxed{u_{n+1} = u_n + d}$$

- **Nếu $u_{n+1} - u_n$** là hằng số d với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì: (u_n) là cấp số **cộng có công sai** d.
- **Nếu $u_{n+1} - u_n$** còn phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số cộng.

2. Công thức số hạng tổng quát:

$$\boxed{u_n = u_1 + (n-1)d} \text{ Với } n \geq 2$$

3. Tính chất: $\boxed{u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}}$, Với $k \geq 2$

Đặc biệt: a, b, c, là cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$

4. Tổng của n số hạng đầu của một cấp số cộng

$$\boxed{S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d}$$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 327. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng ?

A. $u_n = 2^n$ B. $u_n = \dfrac{1}{n}$ C. $u_n = 2 - \pi n$ D. $u_n = n^2$

Bài 328. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng ?

A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = -7 \\ u_{n+1} = u_n - 3 \end{cases}$

Bài 329. Cho (u_n) là một cấp số cộng biết $u_1 = -2$ và $u_{20} = 55$. Công sai **của cấp số cộng đó** bằng bao nhiêu ?

A. 5 B. 3 C. 7 D. 4

Bài 330. Cho (u_n) là một cấp số cộng biết $u_1 = 2$ và $u_{30} = 61$. Tổng $S_{30} = u_1 + u_2 + ... + u_{30}$ bằng bao nhiêu ?

A. 945 B. 1890 C. 885 D. 63

Bài 331. Cho (u_n) là một cấp số cộng biết công sai bằng -4 và tổng 15 số hạng đầu bằng 120. Số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu ?

A. 58 B. -85 C. -36 D. 36.

Bài 332. Cho (u_n) là cấp số cộng biết số hạng đầu tiên bằng 2, công sai bằng -5 và tổng của n số hạng đầu tiên bằng -205. Cho biết n bằng bao nhiêu ?

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12.

Bài 333. Cho (u_n) là một cấp số cộng biết $u_{12} = 17$, $S_{12} = 72$. Cấp số cộng đó có công sai bằng bao nhiêu ?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Bài 334. Cho (u_n) là một cấp số cộng biết $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 4 \\ u_1 + u_6 = 11 \end{cases}$. Cấp số cộng đó có số hạng tổng quát u_n là biểu thức nào ?

A. $2n - 5$ B. $5 - 3n$ C. $3n - 5$ D. $5 - 2n$

Bài 335. Cho cấp số cộng: 2, x, 8, y. Cho biết x và y bằng bao nhiêu ?

A. $x = 6$ và $y = 10$ B. $x = 5$ và $y = 11$

C. $x = 4$ và $y = 12$ D. $x = 5$ và $y = 10$

Bài 336. Tam giác ABC có số đo 3 góc A, B, C theo thứ tự là một cấp số cộng và biết góc C gấp đôi góc A. Các góc của tam giác ABC bằng bao nhiêu ?

A. $A = 10^0$, $B = 150^0$, $C = 20^0$ B. $A = 20^0$, $B = 120^0$, $C = 40^0$

C. $A = 30^0$, $B = 90^0$, $C = 60^0$ D. $A = 40^0$, $B = 60^0$, $C = 80^0$

Bài 337. Cho cấp số cộng (u_n). Hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $2(u_{50} + u_{70}) = u_{60}$ B. $u_{120} + u_{180} = 2u_{300}$

C. $2(u_{105} + u_{210}) = u_{315}$ D. $u_{107} + u_{211} = 2u_{159}$

Bài 338. Cho (u_n) là một cấp số cộng. Tính chất nào sau đây là đúng ?

A. (u_n) là dãy số tăng B. (u_n) là dãy số giảm

C. $2(u_n)$ là một cấp số cộng D. $(u_n)^2$ là một cấp số cộng

§3. CẤP SỐ NHÂN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nếu (u_n) là một cấp số nhân với công bội q thì

$\boxed{u_{n+1} = u_n.q}$, Với $n \in \mathbb{N}^*$

- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ là hằng số q với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là cấp số nhân với công bội q.
- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ còn phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số nhân.

2. Công thức số hạng tổng quát: $\boxed{u_n = u_1.q^{n-1}}$ Với $n \geq 2$

3. Tính chất: $\boxed{u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}}$ Với $k \geq 2$

Đặc biệt: a, b, c là cấp số nhân $\Leftrightarrow b^2 = a.c$

4. Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân

$$\boxed{S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}}$$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 339. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân ?

A. $u_n = n^2$ B. $u_n = \left(-\frac{4}{5}\right)^n$ C. $u_n = \frac{3}{n^2}$ D. $u_n = \sqrt{n+1}$

Bài 340. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân ?

A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2 + u_n \end{cases}$ C. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = n.u_n \end{cases}$

Bài 341. Cho cấp số nhân (u_n). Hệ thức nào sau đây đúng ?

A. $u_{15}^2 = u_{20}.u_{10}$ B. $u_{15}^2 = u_{20} + u_{10}$

C. $u_{15}^2 = \frac{u_{20}.u_{10}}{2}$ D. $u_{15}^2 = u_1.u_{14}$

Bài 342. Cho (u_n) là một cấp số nhân. Tính chất nào sau đây là đúng ?

A. (u_n) là một dãy số tăng

B. (u_n) là một dãy số giảm

C. $(n.u_n)$ là một cấp số nhân

D. $(a.u_n)$ là một cấp số nhân (a là hằng số)

Bài 343. Cho cấp số nhân 2 ; x ; $\frac{1}{2}$. Cho biết x là giá trị nào dưới đây ?

A. $x = \frac{1}{4}$ B. $x = -1$ C. $x = \frac{5}{4}$ D. $x = -2$

Bài 344. Cho ba số x; 1; y vừa là cấp số nhân vừa là cấp số cộng. Cho biết x và y là giá trị nào dưới đây ?

A. $x = 2, y = -1$ B. $x = 0, y = 2$ C. $x = -1, y = -1$ D. $x = 1, y = 1$

Bài 345. Cho một cấp số nhân (u_n) có tất cả các số hạng đều âm. Phương án nào sau đây là đúng ?

A. $\begin{cases} u_1 < 0 \\ q < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 > 0 \\ q < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} u_1 < 0 \\ q > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 > 0 \\ q > 0 \end{cases}$

Bài 346. Cho (u_n) là một cấp số nhân biết $u_1 = 1$ và $u_{10} = 512$. Cấp số nhân đó có công bội bằng bao nhiêu ?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Bài 347. Cho (u_n) là một cấp số nhân biết $u_1 = 2$ và $q = -2$. Cho biết số -1024 là số hạng thứ mấy ?

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

Bài 348. Cho (u_n) là một cấp số nhân biết $q = 2$ và $u_6 = 16$. Cấp số nhân đó có số hạng đầu tiên bằng bao nhiêu ?

A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$

Bài 349. Cho (u_n) là một cấp số nhân biết công bội bằng 2 và tổng của 10 số hạng đầu tiên bằng 3069. Cấp số nhân đó có số hạng đầu tiên là bao nhiêu ?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Bài 350. Cho (u_n) là một cấp số nhân biết $u_5 = 64$ và $u_6 = 128$. Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân đó là bao nhiêu ?

A. 4092 B. 2044 C. 8188 D. 2046

CHƯƠNG IV. GIỚI HẠN

§1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Lim $u_n = 0 \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : n \geq n_0 \Rightarrow |u_n| < \varepsilon$

Lim $u_n = a \Leftrightarrow \lim (u_n - a) = 0$

2. Một vài giới hạn đặc biệt

a) $\lim \frac{1}{n} = 0$

b) $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ (k nguyên dương)

c) $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$

d) lim c = c (c: hằng số)

3. Định lý

a) Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì :

- $\lim (u_n \pm v_n) = a \pm b$
- $\lim u_n.v_n = a.b$
- $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ (nếu $b \neq 0$)

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim u_n = a$ thì $\begin{cases} a \geq 0 \\ \lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a} \end{cases}$

4. Định nghĩa

Cấp số nhân lùi vô hạn là một cấp số nhân vô hạn có công bội q thoả $|q| < 1$

5. Định lí

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu là u_1 và công bội q ($|q| < 1$) là $\boxed{S = \frac{u_1}{1 - q}}$

6. Định nghĩa

- $\lim u_n = +\infty \Leftrightarrow \forall M > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} : n \geq n_0 \Rightarrow u_n > M$
- $\lim u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim (-u_n) = +\infty$

7. Một vài giới hạn đặc biệt

a) $\lim n^k = +\infty$ (nếu k nguyên dương)

b) $\lim q^n = +\infty$ (nếu $q > 1$)

8. Định lý

a) Nếu $\begin{cases} \lim u_n = a \\ \lim v_n = \pm\infty \end{cases}$ thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = 0$

b) Nếu $\begin{cases} \lim u_n = a > 0 \\ \lim v_n = 0 \\ v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = +\infty$

c) Nếu $\begin{cases} \lim u_n = +\infty \\ \lim v_n = a > 0 \end{cases}$ thì $\lim u_n.v_n = +\infty$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 351. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3n^3 - 4n^2 + 1}{5n^3 + 2n}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?

A. $\lim u_n = \dfrac{3}{5}$ B. $\lim u_n = 1$ C. $\lim u_n = -\dfrac{3}{2}$ D. $\lim u_n = 0$

Bài 352. Giới hạn nào sau đây là **SAI ?**

A. $\lim \dfrac{6n - 2}{4n + 2} = \dfrac{3}{2}$ B. $\lim \dfrac{3n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} = \dfrac{3}{2}$

C. $\lim \dfrac{3^n + 5.4^n}{4^n + 2^n} = 1$ D. $\lim \dfrac{\sqrt{9n^2 - n + 1}}{4n - 2} = \dfrac{3}{4}$

Bài 353. $\lim \dfrac{4n^5 + 3n^4\sqrt{n} + 7}{n(n^2 + 1)(5 - 2n^2)}$ bằng:

A. 2 B. 4 C. -2 D. 0

Bài 354. Giới hạn nào sau đây là **SAI ?**

A. $\lim\left(-n^4 + 2n^3 - 1\right) = -\infty$ B. $\lim\left(4n^3 + 3n^2 + 5\right) = +\infty$

C. $\lim \dfrac{n^5 - 4n^2 + 3}{-3n^4 + 4n^2 + 1} = -\infty$ D. $\lim \dfrac{n^2 - 4n + 3}{n^2 - 3n^2 + 2} = 0$

Bài 355. Kết quả $\lim\left(n - \dfrac{1}{n}\right)\left(\dfrac{1 - 4n}{2n^2}\right)$ bằng:

A. 0 B. 1 C. 2 D. -2

Bài 356. Giới hạn nào sau đây là **SAI ?**

A. $\lim \dfrac{\sqrt{n} - 2}{3n + 2} = 0$ B. $\lim \dfrac{\sqrt{2n} - 3}{4 - 3\sqrt{n}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\lim \cos \dfrac{\sqrt{n}\pi}{n} = 0$ D. $\lim \dfrac{2n + 5}{n.3^n} = \dfrac{2}{3}$

Bài 357. Kết quả của $\lim \dfrac{4n^3 - 4n^2 + 5}{(4n-1)(2n^2+1)}$ là:

A. 1 B. $\dfrac{1}{2}$ C. 0 D. $+\infty$

Bài 358. $\lim \dfrac{\sqrt{4n+2} - \sqrt{3n+4}}{\sqrt{n}+1}$ bằng:

A. 1 B. 0 C. $+\infty$ D. Đáp án khác

Bài 359. Kết quả của $\lim\left(n + \sqrt[3]{3n^2 - n^3}\right)$ bằng:

A $+\infty$ B. 2 C. 0 D. 1

Bài 360. $\lim \dfrac{1}{\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+4n}}$ bằng:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\dfrac{1}{2}$ D. 0

Bài 361. $\lim \sqrt[3]{n^3 + n^2} - n$ bằng:

A. 0 B. $\dfrac{1}{3}$ C. $+\infty$ D. Đáp án khác

Bài 362. Kết quả của $\lim\left(\dfrac{n}{n-1} - \dfrac{4n^2+4}{n^2+5n+3}\right)$ là :

A. -3 B. 3 C. 0 D. $+\infty$

Bài 363. Kết quả của $\lim\left(1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right)$ bằng :

A. $+\infty$ B. 0 C. 1 D. 2

Bài 364. $\lim\left(n - \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 5}\right)$ bằng:

A. 0 B. -1 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Bài 365. Kết quả của $\lim \dfrac{(n^2-4n)(5n^3-6)}{(n^4-1)n}$ bằng:

A. 0 B. 1 C. $+\infty$ D. 5

Bài 366. Kết quả của $\lim \dfrac{(n^2-4)^{10}(3n^3+5)^4}{(2n+1)^6(3n+6)^6(2n^2+2)^{10}}$ là :

A. $\dfrac{1}{186}$ B. 0 C. $\dfrac{1}{6}$ D. $\dfrac{1}{18^6}$

Bài 367. $\lim \dfrac{(n^2-4n)^8 + 27}{(4n^4+2n^3)^4 - 27}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{4}$ B. $\dfrac{1}{6}$ C. 0 D. $\dfrac{1}{256}$

Bài 368. Kết quả của $\lim \dfrac{6.5^{n-1} + 4^n + 5}{9.4^{n-2} - 4.5^{n+2}}$ là:

A. $\dfrac{6}{5}$ B. $-\dfrac{3}{250}$ C. $\dfrac{3}{2}$ D. $+\infty$

Bài 369. Kết quả của $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1} - 2n - 1}{\sqrt{n^2+4n+1} - n}$ bằng :

A. $\dfrac{3}{4}$ B. $-\dfrac{1}{2}$ C. 2 D. 0

Bài 370. Giới hạn của $u_n = \dfrac{\sqrt[3]{n^3+n-4} - \sqrt[3]{8n^3+4}}{n+3}$ khi : $n \to \infty$ bằng :

A. -1 B. $-\infty$ C. 0 D. 15.

Bài 371. Kết quả của $\lim \dfrac{(2n\sqrt{n}+1)(\sqrt{n}+3)}{(n+1)(n+2)}$ là :

A. 1 B. 2 C. 0 D. $+\infty$

Bài 372. Kết quả của $\lim \dfrac{(-1)^n 2^{5n+1}}{3^{5n+2}}$ là:

A. 1 B. -1 C. $+\infty$ D. 0

Bài 373. Giới hạn của $u_n = \dfrac{4.3^n + 7^{n+1}}{2.5^n + 7^{n-1}}$, khi $n \to +\infty$ là :

A. 1 B. 49 C. 0 D. $+\infty$

Bài 374. Giới hạn của $u_n = \dfrac{n^2 + \sqrt[3]{1-n^6}}{\sqrt{n^4+1} + n^2}$, khi $n \to +\infty$ là :

A. $+\infty$ B. 2 C. 0 D. 1

Bài 375. $\lim\left(\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1}\right)$ bằng:

A. 2 B. 0 C. $\dfrac{1}{2}$ D. $+\infty$

Bài 376. Cho $u_n = \dfrac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n}+1}\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^n$, khi đó $\lim u_n$ bằng :

A. 2 B. 2π C. $2e$ D. $+\infty$

Bài 377. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn:

$1, -\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{4}, -\dfrac{1}{8}, \ldots, \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}, \ldots$ bằng:

A. $\dfrac{2}{3}$ B. $\dfrac{3}{2}$ C. $\dfrac{1}{2}$ D. $-\dfrac{1}{2}$

Bài 378. Cho $u_n = \left(-\frac{\sqrt{2}}{e}\right)^n + \frac{3^n}{4^n}$. Khi đó lim u_n

A. 0 B. 1 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Bài 379. Cho số thập phân vô hạn tuần hoàn a = 0,212121... (chu kì là 21) thì a bằng:

A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{4}{57}$ C. $\frac{21}{100}$ D. $\frac{7}{33}$

Bài 380. Tổng $S = 1 + 0,9 + (0,9)^2 + (0,9)^3 + \ldots + (0,9)^{n-1} + \ldots$ có kết quả bằng ?

A. 1 B. 10 C. 19 D. $+\infty$

Bài 381. Cho $S = 1 + q + q^2 + q^3 + \ldots, |q| < 1$

$T = 1 + Q + Q^2 + Q^3 + \ldots, |Q| < 1$

$E = 1 + qQ + q^2Q^2 + q^3Q^3 + \ldots$

Khi đó nếu tính E theo S và T thì biểu thức E là:

A. $E = \frac{ST}{S - T - 1}$ B. $E = \frac{ST}{S + T + 1}$ C. $E = \frac{ST}{S + T - 1}$ D. $E = \frac{ST}{S - T + 1}$

Bài 382. Cho $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}$. Khi đó lim u_n bằng :

A. $\frac{4}{5}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{5}{4}$

Bài 383. Cho $u_n = \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Khi đó kết quả của lim u_n bằng:

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{6}{35}$

Bài 384. Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{1 + 2 + 3 + \ldots + n}{n^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?

A. lim $u_n = 0$ B. lim $u_n = \frac{1}{2}$

C. lim $u_n = 1$ D. lim u_n không tồn tại.

Bài 385. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + \ldots + (\sqrt{2})^n$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

A. $\lim u_n = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ B. lim $u_n = -\infty$

C. lim $u_n = +\infty$ D. lim u_n không tồn tại.

§ 2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \forall (x_n) \text{ và } x_n \to x_0 \Rightarrow \lim f(x_n) = \ell$$

2. Định lý: Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = a$ và $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = b$ thì:

a) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$; $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) - g(x)] = a - b$

$\lim\limits_{x \to x_0} [f(x).g(x)] = a.b$; $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{a}{b}$ (với $b \neq 0$)

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi x thuộc lân cận của x_0 thì $a > 0$ và

$$\lim_{x \to x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{a}$$

3. Định nghĩa

- $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = a \Leftrightarrow \forall (x_n)$ thoả $x_n > x_0$ và $x_n \to x_0$ thì $\lim f(x_n) = a$
- $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = b \Leftrightarrow \forall (x_n)$ thoả $x_n < x_0$ và $x_n \to x_0$ thì $\lim f(x_n) = b$

4. Định lý

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \to x_0^+} f(x) = \lim_{x \to x_0^-} f(x) = a$$

5. Định nghĩa

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = a \Leftrightarrow \forall (x_n), x_n \to +\infty$ thì $\lim f(x_n) = a$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = a \Leftrightarrow \forall (x_n), x_n \to -\infty$ thì $\lim f(x_n) = b$

6. Định nghĩa

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall (x_n), x_n \to +\infty$ thì $\lim f(x_n) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} [-f(x)] = +\infty$

7. Một vài giới hạn đặc biệt

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^k = +\infty$ (với k nguyên dương)

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = -\infty$ (với k là số lẻ)

$\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$ (với k là số chẵn)

8. Cho $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = a \neq 0$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$) thì

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x).g(x)$ được tính theo kết quả của bảng sau:

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a$	$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0} f(x).g(x)$
$a > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$a < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

9.

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a$	$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$	Dấu của g(x)	$\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$
A tuỳ ý	$\pm\infty$	tuỳ ý	0
$a > 0$	0	+	$+\infty$
		−	$-\infty$
$a < 0$	0	+	$-\infty$
		−	$+\infty$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 386. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+3}{x^2+3x+4}$ bằng:

A. 2 B. $\dfrac{1}{2}$ C. 1 D. –12

Bài 387. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2+5x+6}{x^2+3x}$ bằng :

A. $\dfrac{2}{3}$ B. –3 C. 3 D. $\dfrac{1}{3}$

Bài 388. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{4-x^2}{\sqrt{x+7}-3}$ có kết quả bằng:

A. $\dfrac{2}{3}$ B. –32 C. 24 D. –24

Bài 389. Kết quả của $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{x+1}-1\right)$ là :

A. 1 B. –1 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Bài 390. Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+4}-2}{4-\sqrt{2x^2+8}}$ bằng:

A. –1 B. $\dfrac{4}{3}$ C. $\dfrac{1}{3}$ D. $-\dfrac{1}{3}$

Bài 391. Kết quả của $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt[4]{x^2 + 12} - 2}{x^2 - 4}$ bằng :

A. -8 B. $\dfrac{1}{32}$ C. $-\dfrac{1}{8}$ D. $\dfrac{1}{8}$

Bài 392. Kết quả của $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[6]{x} - 1}{x^2 - 1}$ bằng:

A. -12 B. 12 C. $\dfrac{1}{12}$ D. $-\dfrac{1}{12}$

Bài 393. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 5x}\right)$ bằng:

A. $-\dfrac{5}{2}$ B. $\dfrac{5}{2}$ C. -4 D. 0

Bài 394. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{(-x^2 + 1)^3(1 - 2x)^{94}}{2x^{100} + 3}$ bằng:

A. 2^{93} B. -2^{93} C. 293 D. -293

Bài 395. Kết quả của $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 + \sqrt{2x^2 - x}}{2 - 3x}$ là:

A. $\dfrac{2}{3}$ B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\dfrac{12}{5}$ D. $\dfrac{\sqrt{12}}{5}$

Bài 396. $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{-3x - 1}{x - 1}$ bằng:

A. -1 B. $-\infty$ C. -3 D. $+\infty$

Bài 397. Cho $f(x) = \dfrac{1 - x^2}{x}$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ bằng :

A. $+\infty$ B. 1 C. $-\infty$ D. -1

Bài 398. Kết quả $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{4x + 1}{1 - x}$ là :

A. 0 B. -4 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Bài 399. $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{3x + 2}{x - 1}$ bằng :

A. 0 B. 3 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Bài 400. Kết quả của $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{3x + 2}{x - 1}$ là:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 3 D. -3

Bài 401. Kết quả của $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{4 - 5x}{2 - x}$ là:

A. 5 B. $-\infty$ C. $+\infty$ D. -5

§3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

- Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
- Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a\,;\,b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc $(a\,;\,b)$
- Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a\,;\,b]$ nếu nó liên tục trên $(a;\,b)$ và $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$, $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$

2. Định lý

a) Hàm số đa thức liên tục trên **R**

b) Hàm số phân thức hữu tỉ và các hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng xác định của nó.

c) Nếu hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại x_0 thì :

- $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$, $y = f(x).g(x)$ cũng liên tục tại x_0
- $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ cũng liên tục tại x_0 (với $g(x_0) \neq 0$)

3. Định lý: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a\,;\,b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì $\exists\, c \in (a\,;\,b)$ sao cho $f(c) = 0$ (Nghĩa là phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(a\,;\,b)$)

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 402. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{nếu } x > 2 \\ 5 - mx & \text{nếu } x \leq 2 \end{cases}$

Để hàm số liên tục tại $x = 2$ thì phải chọn m bằng bao nhiêu ?

A. -4 B. 4 C. -1 D. 1

Bài 403. Số m phải chọn để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3 - x}{\sqrt{x+1} - 2} & \text{nếu } x \neq 3 \\ m & \text{nếu } x = 3 \end{cases}$

liên tục tại $x = 3$ là:

A. 4 B. -1 C. 1 D. -4

Bài 404. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2 + 8} - 3}{x^2 - 4x + 3} & \text{nếu } x < 1 \\ \dfrac{1}{6}\cos \pi x + a^2 - x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$

Để hàm số f liên tục tại $x = 1$ thì số a phải chọn là :

A. ± 1 B. ± 2 C. ± 3 D. $\pm\sqrt{2}$

Bài 405. Hàm số nào dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{3x - 1}{1 - x^2}$ B. $y = 3 + \tan x$

C. $y = \dfrac{4 + x}{2 + \sqrt{1 + x^2}}$ D. $y = \dfrac{3 + 2x}{1 + \sin x}$

Bài 406. Hàm số nào dưới đây liên tục trên $(0; +\infty)$?

A. $y = \sqrt{x - 1}$ B. $y = \dfrac{\sin x + 2}{x^2 - 1}$ C. $y = \dfrac{3 - 2x}{\sqrt{x + 1}}$ D. $y = \sqrt{x^2 - x}$

Bài 407. Hàm số $y = \cot x$ liên tục trên khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ B. $(0; 2\pi)$ C. $\left(\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right)$ D. $(0; \pi)$

Bài 408. Hàm số $y = \tan x.\cot x$ liên tục trên khoảng nào dưới đây /

A. $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(0; \pi)$ D. $\left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Bài 409. Cho hai hàm số $y = f(x) = x^2 + 1$ và $y = g(x) = x - 1$. Kết quả nào dưới đây là sai ?

A. $y = f(x) \pm g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ B. $y = f(x).g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

C. $y = \dfrac{g(x)}{f(x)}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ D. $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Bài 410. Để xét tính liên tục của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. Một học sinh giải như sau :

Bước 1: Vì $x^2 - 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 2$ nên $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$

Bước 2: Do đó hàm số được viết lại thành: $y = \dfrac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1}$

Bước 3: Đơn giản cho $x - 1$ ta được $y = x - 2$

Bước 4: Vì hàm số $y = x - 2$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$. Lời giải trên khởi sai từ bước nào ?

A. Bước 1 B. Bước 2 C. Bước 3 D. Bước 4

Bài 411. Để xét số nghiệm của phương trình $2x^3 + 3x^2 - 6x + 2$ trong $[0; 1]$ một học sinh giải như sau:

Bước 1: Đặt $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x + 2$. Suy ra hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$

Bước 2: $f(0) = 2$

Bước 3: $f(1) = 1$

Bước 4: Ta có $f(0).(1) = 2 > 0$. Do đó phương trình đã cho vô nghiệm trong $[0; 1]$. Lời giải trên khởi sai từ bước nào ?

A. Bước 1 B. Bước 2 C. Bước 3 D. Bước 4

CHƯƠNG V. ĐẠO HÀM

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc tính đại hàm

$(u + v - w)' = u' + v' - w'$

$(u.v)' = u'.v + v'.u$

$(u.v.w)' = u'vw + uv'w + uvw'$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2} \quad (v(x) \neq 0)$$

2. Đạo hàm của hàm số hợp

Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm trên $(a\ ;\ b)$ và đạo hàm của hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm tại $u(x_0)$ với $x_0 \in (a\ ;\ b)$ thì đạo hàm của hàm số $g(x) = f[u(x)]$ là: $g'(x) = f'[u(x)].u'(x)$

3. Một số công thức đạo hàm thường gặp

$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u'\cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u'\sin u$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

4. Ý nghĩa hình học của đạo hàm

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M\ (x_0; f(x_0))$ có phương trình : $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

B – TOÁN TRẮC NGHIỆM

Bài 412. Với $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 2}{x + 1}$ thì $f'(1)$ bằng :

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. –1

Bài 413. Nếu $f(x) = \sin 3x + 4.\cos\dfrac{x}{2}$ thì $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng :

A. 4 B. 2 C. –2 D. –4

Bài 414. Giả sử $f(x) = \frac{\sin 2x}{4} - \cos x + \frac{3}{2}x$. Khi đó tập nghiệm của bất kì phương trình $f'(x) \geq 0$ là :

A. $[-1; 1]$ B. ϕ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$

Bài 415. Với $f(x) = 5x^2 + 7 - 16\sqrt{x}$ thì $f'(4)$ bằng :

A. 40 B. 18 C. 36 D. 26

Bài 416. Cho $f(x) = \frac{(2 - x^2)(3 - x^3)}{(1 - x)^2}$. Khi đó $f'(-1)$ bằng :

A. 3 B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{9}{8}$

Bài 417. Với $f(x) = 3x + \frac{60}{x} - \frac{64}{x^3} + 5$ thì tập nghiệm của $f'(x) = 0$ có số phần tử là :

A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Bài 418. Với $f(x) = \frac{\sin 3x}{3} + \cos x - \sqrt{3}\left(\sin x + \frac{\cos 3x}{3}\right)$ thì tập nghiệm của $f'(x) = 0$ là :

A. $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $\left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\mathbb{R}$

Bài 419. Giả sử $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - \frac{9}{4}x^4 + 8x - 3$. Khi đó tập nghiệm của $f'(x) = 0$ là :

A. $\{1\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1; 2\}$ D. $\{3; 1\}$

Bài 420. Giả sử $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 2}$. Khi đó tập nghiệm của $f'(x) \leq 0$ là :

A. $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; 2)$ C. ϕ D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Bài 421. Cho hàm số y = cos2x – 2sinx. Đạo hàm cấp 2 của hàm số tại $x = \frac{\text{[illegible]}}{3}$ có giá trị bằng :

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. –1

Bài 422. Cho $\varphi(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 1}$. Khi đó tập nghiệm của $\varphi'(x) < 0$ là :

A. $\left(-\infty; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$ B. $\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$

C. ϕ D. $\mathbb{R}$

Bài 423. Cho $y = \dfrac{\cos x}{2\sin^2 x}$. Giá trị đạo hàm cấp 1 tại điểm $x = \dfrac{3\pi}{2}$ là :

A. 1 B. 2 C. $-\dfrac{1}{2}$ D. $\dfrac{1}{2}$

Bài 424. Cho $f(x) = \dfrac{mx^3}{3} - 3x^2 + mx - 5$. Khi đó $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì m thỏa :

A. $-3 \leq m \leq 3$ B. $m \geq 0$ C. $m \leq -3$ D. $m \geq 3$

Bài 425. Cho $f(x) = \dfrac{mx^3}{3} - \dfrac{mx^2}{2} + (m+1)x - 15$. Khi đó $f'(x) < 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ thì m thỏa điều kiện :

A. $m > \dfrac{4}{3}$ B. $m < -\dfrac{4}{3}$ C. $-3 < m < \dfrac{4}{3}$ D. $m > 0$

Bài 426. Giả sử $y = \cos^2 \dfrac{x}{3} . \tan \dfrac{x}{2}$. Đạo hàm của hàm số y tại $x_0 = 0$ là :

A. -2 B. 2 C. $\dfrac{1}{2}$ D. $-\dfrac{1}{2}$

Bài 427. Cho $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + 2x + 1$ và $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì tất cả các giá trị của a là:

A. Không có a B. a tuỳ ý

C. $a < 1 - \sqrt{6} \vee a > 1 + \sqrt{6}$ D. $1 - \sqrt{6} < a < 1 + \sqrt{6}$

Bài 428. Cho $y = \sqrt{\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right)}$. Khi đó $y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ bằng :

A. 0 B. $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ C. $\dfrac{3}{2}$ D. 2

Bài 429. Cho $f(x) = \tan^2 x - 3\sin 2x$. Giá trị đạo hàm của f(x) tại $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$ là

A. 2 B. 8 C. 4 D. -4

Bài 430. Cho $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$. Tập nghiệm của $f'(x) < 0$ là :

A. $(0; 3)$ B. $(-3; 3)$ C. $[-3; 3]$ D. $(0; 3]$

Bài 431. Giả sử $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$. Khi đó nghiệm của bất phương trình $f'(x) \geq 0$ là :

A. $\left(-2; \sqrt{2}\right)$ B. $\left(-2; \sqrt{2}\right]$ C. $\left[-2; \sqrt{2}\right]$ D. $\left[\sqrt{2}; 2\right]$

Bài 432. Cho $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$, $x \in [-4\pi; 4\pi]$. Số nghiệm của phương trình $f''(x) = -4$ là :

A. 4 B. 9 C. 3 D. $k\pi$. $k \in \mathbb{Z}$

Bài 433. Giả sử $f(x) = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$. Khi đó tập nghiệm của $f'(x) = 0$ là:

A. $\{m; m + 1\}$ B. $\{1; m\}$

C. $\{m + 1; m + 2\}$ D. ϕ

Bài 434. Cho $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (m - 2)x^2 + (5m + 4)x + m^2 + 1$. Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm thỏa $x_1 < -1 < x_2$ thì m thỏa:

A. $m < +3$ B. $m > +3$ C. $m < -3$ D. $m > -3$

Bài 435. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

A. -3 B. 3 C. 5 D. -5

Bài 436. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm M (1; 0) là:

A. 4 B. -4 C. -3 D. 3

Bài 437. Cho (C): $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $x = 1$ là:

A. 4 B. -4 C. 1 D. -1

Bài 438. Cho (C): $y = \frac{x + 1}{x - 1}$. Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng -2. Thì tiếp điểm M của (C) có toạ độ: (biết $x_M > 0$)

A. (2; -3) B. (3; 2) C. (2; 0) D. (2; 3)

Bài 439. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ $x_0 = -1$ là đường thẳng có phương trình là:

A. $y = 7$ B. $y = x + 6$ C. $y = x - 7$ D. $y = x + 7$

Bài 440. Cho (C) $y = f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$. Phường trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A (2; 3) là đường thẳng có phương trình là:

A. $y = -2x + 3$ B. $y = -2x + 1$ C. $y = -2x + 6$ D. $y = -2x + 7$

Bài 441. Cho (P): $y = x^2 - 4x + 4$. Tiếp tuyến của (P) tại điểm có tung độ bằng 1 là:

A. $\Delta: y = -2x + 5$ B. $\Delta: y = 2x - 5$

C. $\left[\begin{array}{l}\Delta_1 : y = 2x - 5\\ \Delta_2 : y = -2x + 3\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}\Delta_1 : y = 2x - 3\\ \Delta_2 : y = -2x + 3\end{array}\right.$

Bài 442. Phương trình tiếp tuyến của (C) : $y = 2x^3 - 3x^2 + 9x - 4$ tại giao điểm của (C) và d: $y = 7x + 4$ là:

A. $y = 21x - 21$ B. $y = 21x - 24$ C. $y = x - 2$ D. $y = x + 2$

Bài 443. Cho (C_m): $y = x^3 + 1 - m(x + 1)$. Phương trình tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm của (C_m) và Oy là:

A. $y = mx$ B. $y = -mx - 1$

C. $y = -mx + 1 - m$ D. $y = -mx + m - 1$

Bài 444. Cho (C): $y = x^3 - 3x^2 + 1$, d: $y = \frac{1}{3}x + 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với d là :

A. $y = -3x + 1$ B. $y = -3x$ C. $y = -3x - 3$ D. $y = -3x + 3$

Bài 445. Cho (C): $y = x^3 - 3x^2$, d: $y = 9x + 2007$. Khi đó tiếp tuyến của (C) song song d sẽ có hoành độ tiếp điểm là :

A. $x_0 = -1$ v $x_0 = 3$ B. $x_0 = 1$ C. $x_0 = 3$ D. $(-1; 3)$

Bài 446. Cho (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Số tiếp tuyến kẻ từ $A\left(\frac{23}{9}, -2\right)$ đến đồ thị (C) là :

A. 3 B. 2 C. 1 D. $y = 0$

BÀi 447. Phương trình tiếp tuyến của (C): $y = \cos 2x$ tại điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{3}$ là :

A. $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ B. $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}\pi}{3} - \frac{1}{2}$

C. $y = \sqrt{3}x$ D. Đáp án khác.

Bài 448. Cho (C): $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$. Nếu hệ số góc của tiếp tuyến của (C) bằng 12 thì phương trình tiếp tuyến là :

A. $y = 12x - 24$ B. $y = 12x - 1$ C. $y = 12x - 12$ D. $y = 12x$

Bài 449. Cho (C): $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song đường phân giác góc phần tư thứ I sẽ có phương trình là :

A. $\left[\begin{array}{l} y = x + 1 \\ y = x - 5 \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} y = x - 1 \\ y = x + 5 \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} y = x + 1 \\ y = x + 5 \end{array}\right.$ D. Đáp án khác

Bài 450. Cho (C): $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$. Điểm M nào trên (C) để tiếp tuyến của (C) tại M tạo với 2 trục toạ độ một tam giác vuông cân ? (Biết $x_M < 0$)

A. M $(-2; 3)$ B. $\left(-3; \frac{5}{2}\right)$ C. M $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ D. M $(0; 1)$

PHẦN II. ĐÁP ÁN

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§1 : HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Bài 1. Ta có : $y = \dfrac{4\sin x - 5}{2\cos x}$

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Vậy ta chọn A.

Bài 2. Ta có : $y = \dfrac{3\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$

Điều kiện cần và đủ để hàm số xác định là:

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \sin^2 x \neq 1 \Leftrightarrow \sin x \neq \pm 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định là: $D = \mathbb{R}\left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Vậy ta chọn B.

Bài 3. Ta có: $y = \dfrac{3 + 4\cot 2x}{\cos 2x - 1}$

Điều kiện cần và đủ để hàm số xác định là:

$$\begin{cases} \cos 2x \neq 1 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x \neq 1 \\ \cos 2x \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 2x \neq \pm 1 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Vậy ta chọn D

Bài 4. Ta có: $y = \cot\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$

Điều kiện để hàm số xác định là:

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Vậy ta chọn C

Bài 5. Ta có : $y = \sqrt{\dfrac{2\cos x - 5}{3\sin x - 4}}$

- Ta luôn có : $2\cos x - 5 < 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ (vì $|\cos x| \le 1 \forall x \in \mathbb{R}$)

  $3\sin x - 4 < 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ (vì $|\sin x| \le 1 \forall x \in \mathbb{R}$)

  Do đó. $\dfrac{2\cos x - 5}{3\sin x - 4} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

  Vậy tập xác định $D = \mathbb{R}$

Vậy ta chọn C

Bài 6.

- $f(x) = \dfrac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$
  - Vì $1 + \sin^2 3x > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của f(x) là : $D = \mathbb{R}$ đây là tập đối xứng.
  - Ta có $\forall x \in D : f(-x) = \dfrac{\cos(-2x)}{1 + \sin^2(-3x)} = \dfrac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x} = f(x)$

  Vậy f(x) là hàm số chẵn.

- $g(x) = \dfrac{|\sin x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$
  - Điều kiện cần và đủ là $\cos x \ne 0$

    $\Leftrightarrow x \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ do đó tập xác định của f(x) là:

    $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ đây là tập đối xứng

- $\forall x \in D$, ta có: $g(-x) = \dfrac{|\sin(-x)| - \cos(-3x)}{2 + \tan^2(-x)} = \dfrac{|-\sin x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$

  $$= \frac{|\sin x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x} = g(x).$$

  Vậy g(x) là hàm số chẵn.

Vậy ta chọn B

Bài 7.

- $f(x) = \sin 5x.\sin 6x$
  - Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
  - $\forall x \in D$ ta có: $f(-x) = \sin(-5x).\sin(-6x) = (-\sin 5x)(-\sin 6x)$

    $= \sin 5x.\sin 6x = f(x)$

  $\Rightarrow$ f(x) là hàm số chẵn.

- $g(x)=\dfrac{|\sin x|}{3+\cot^2 x}$

  - Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ do đó **tập xác** định là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$: tập đối xứng

  - $\forall x \in D$ ta có: $g(-x)=\dfrac{|\sin(-x)|}{3+\cot^2(-x)}=\dfrac{|-\sin x|}{3+\cot^2 x}=\dfrac{|\sin x|}{3+\cot^2 x}=\mathbf{g(x)}$

  $\Rightarrow$ g(x) là hàm số chẵn

- $h(x)=2\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin(\pi-2x)=-2\sin x+\sin 2x$

  - Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Tập đối xứng
  - $\forall x \in D$, ta có: $h(-x)=-2\sin(-x)+\sin(-2x)=2\sin x-\sin 2x$

  $$=-(-2\sin x+\sin 2x)=-h(x)$$

  $\Rightarrow$ h(x) là hàm số lẻ.

- $k(x)=\dfrac{\cot^4 x}{2+\tan^2 x}$

  - Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \neq 0\\ \sin x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x \neq \ell\pi\end{cases}, k, \ell \in \mathbb{Z}$

  Do đó tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m\pi}{2}, m \in \mathbb{Z}\right\}$

- $\forall x \in D$; $k(-x)=\dfrac{\cot^4(-x)}{2+\tan^2(-x)}=\dfrac{\cot^4 x}{2+\tan^2 x}=k(x)$

  $\Rightarrow$ k(x) hàm số chẵn

  Vậy ta chọn C

Bài 8.

- $f(x)=\cos 2x+\sin 5x$

  - Tập xác định : $D=\mathbb{R}$; tập đối xứng.
  - Ta có: $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\pi+\sin\dfrac{5\pi}{2}=-1+1=0$

  $$f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos(-\pi)+\sin\left(-\dfrac{5\pi}{2}\right)=-1-1=-2$$

  $\Rightarrow f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\neq \pm f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow f(x)$ không chẵn, không lẽ

- $g(x)=\sin x-\sin^2 x$

  - Tập xác định : $D=\mathbb{R}$, tập đối xứng

- Ta có: $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} - \sin^2\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

  $g\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$

  $\Rightarrow g\left(\frac{\pi}{6}\right) \neq \pm g\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$ hàm số không chẵn, không lẻ.

- $h(x) = \cos(x - 2)$
  - Tập xác định : $D = \mathbb{R}$
  - Ta có: $h(2) = \cos(2 - 2) = \cos 0 = 1$

    $h(-2) = \cos(-2 - 2) = \cos 4$

    $\Rightarrow h(2) \neq \pm h(-2) \Rightarrow$ hàm số không chẵn, không lẻ.

- $k(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
  - $k\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \neq k\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos 0 = 1$

    $\Rightarrow k(x)$ hàm số không chẵn, không lẻ.

Vậy ta chọn D

Bài 9.

Cần nhớ : Hai hàm số $y = \sin(ax + b)$ và $y = \cos(ax + b)$ có chu kỳ là $T = \frac{2\pi}{|a|}, a \neq 0$

- Hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$ có chu kì là $T = \frac{2\pi}{5}$.

Vậy ta chọn A

Bài 10.

Cần nhớ: Nếu hàm số y_1 có chu kỳ là T_1, y_2 có chu kỳ là T_2 thì : $y_1 \pm y_2$ có chu kỳ là $T = \text{BSCNN}(T_1; T_2)$

- $y = \sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{3}$
- $y_1 = \sin\frac{x}{2}$ có chu kỳ là $T_1 = 4\pi$
- $y_2 = \cos\frac{x}{3}$ có chu kì $T_2 = 6\pi$

Chu kỳ của y là $T = \text{BSCNN}(4\pi, 6\pi) = 12\pi$.

Vậy ta chọn D

Bài 11. Xét hàm số $f(x) = \tan\sqrt{x}$ ta có :

$f(0) = \tan\sqrt{0} = \tan 0 = 0$

$f(0 + \pi) = \tan\sqrt{0+\pi} = \tan\sqrt{\pi} \approx 0,03$

Suy ra $f(0) \neq f(0 + \pi)$.

Do đó $T = \pi$ không là chu kì của hàm số $f(x) = \tan\sqrt{x}$

Vậy ta chọn C

Bài 12.

- $f(x) = x^5 + \sin 3x$

  $\Rightarrow f(-x) = (-x)^5 + \sin(-3x) = -x^5 - \sin 3x = -(x^5 + \sin 3x) = -f(x)$

  Vậy $f(x) = x^5 + \sin 3x$ hàm số lẻ.

- $f(x) = x^3.\cos 2x$

  $\Rightarrow f(-x) = (-x)^3.\cos(-2x) = -x^3.\cos 2x = -f(x)$

  $\Rightarrow f(x) = x^3.\cos 2x$ hàm số lẻ

Suy ra ta chọn B .

Vì đề thi trắc nghệm ⇒ (C) và (D) đều có kết luận đúng .

(Các em tự kiểm chứng)

Bài 13.

- $f(x) = x.\sin^3 x \Rightarrow f(-x) = (-x).\sin^3(-x) = x\sin^3 x = f(x)$

  $\Rightarrow f(x) = x.\sin^3 x$ là hàm chẵn .

- $f(x) = \dfrac{\sin x.\cos x}{\tan x + \cot x}$

  $$f(-x) = \frac{\sin(-x).\cos(-x)}{\tan(-x) + \cot(-x)} = \frac{-\sin x.\cos x}{-\tan x - \cot x} = \frac{+\sin x\cos x}{+\tan x + \cot x} = f(x)$$

  $\Rightarrow f(x) = \dfrac{\sin x.\cos x}{\tan x + \cos x}$ là hàm số chẵn.

Vậy B kết luận sai. **Do đó ta chọn đáp án B**

Bài 14. Ta có: $y = \cos^2\dfrac{x}{8} = \dfrac{1}{2}\left(1 + \cos\dfrac{x}{4}\right)$ hàm số này có chu kỳ là

$T = \dfrac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$. **Vậy ta chọn C**

Bài 15.

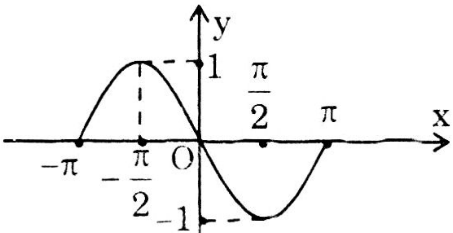
Cần nhớ: Hai hàm số y = tan(ax + b) và cot(ax + b) có chu kỳ là

$\mathbf{T} = \dfrac{\pi}{|a|}, a \neq 0$

- $y = \tan 3\pi x$ có chu kỳ là: $T = \dfrac{\pi}{3\pi} = \dfrac{1}{3}$.

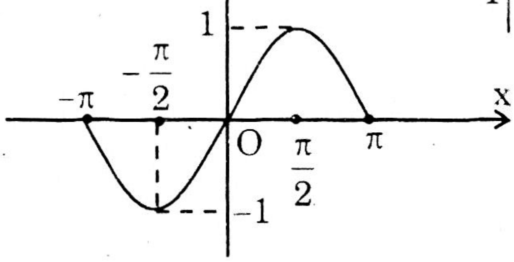
Vậy ta chọn D

Bài 16. Ta có là đồ thị của hàm số $y = -\sin x$



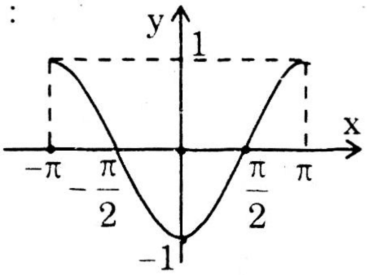
Ta chọn B

- Ở sách giáo khoa đã vẽ đồ thị của hàm số $y = \sin x$
- Đồ thị hàm số $y = \sin x$



- Hai đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = -\sin x$ đối xứng nhau qua trục Ox

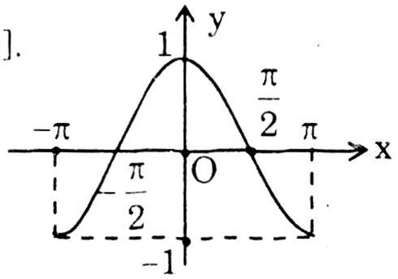
Bài 17. Ta có :



Đây là đồ thị hàm số $y = -\cos x$ với $x \in [-\pi, \pi]$.

Ta chọn C

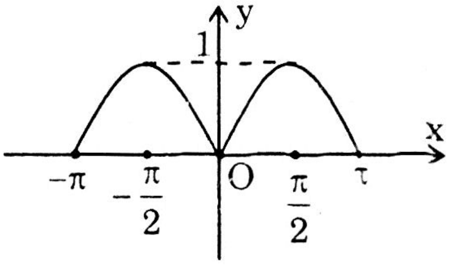
Giải thích: ở sách giáo khoa ta đã vẽ đồ thị hàm số: $y = \cos x$ với $x \in [-\pi, \pi]$



- Hai đồ thị hàm số $y = \cos x$ và $y = -\cos x$ đối xứng nhau qua Ox

Bài 18. Ta có

Đây là đồ thị hàm số: $y = |\sin x|$ và cũng là đồ thị hàm số $y = \sin|x|$ với $x \in [-\pi, \pi]$.



Vậy ta chọn D

Giải thích: Các em phải nắm được 2 phương pháp vẽ đồ thị (chứa giá trị tuyệt đối)

1. Từ đồ thị $(C) : y = f(x) \Rightarrow (C_1) : y = |f(x)|$.

   Bước 1: giữ nguyên phần đồ thị (C) phía trên Ox

   Bước 2: Lấy phần đồ thị của (C) phía dưới Ox đối xứng qua Ox
2. Từ đồ thị $(C) : y = f(x) \Rightarrow (C_1) : y = f(|x|)$

   Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị của (C) phía dưới Oy

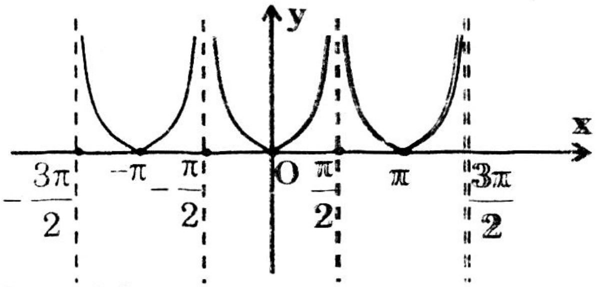
   Bước 2: Lấy phần đồ thị của bước 1 đối xứng qua Oy

- Các em vẽ đồ thị của $(C) : y = \sin x$ và suy ra $(C_1) : y = |\sin x$, $(C_2)\ y = \sin|x|$

Bài 19. Ta có:

Đây là đồ thị hàm số $y = |\tan x|$ với $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

Vậy ta chọn C



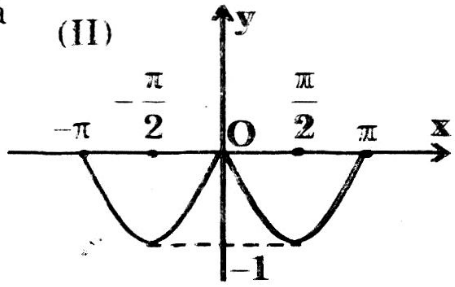
Bài 20. Ta có đồ thị $y = -|\sin x|$ $x \in [-\pi, \pi]$ là

Ta chọn A

Giải thích : từ (C) : $y = \sin x$

$\Rightarrow (C_1) : y = |\sin x|$

$\Rightarrow (C'_1) : y = -|\sin x|$; (C_1) và (C'_1) đối xứng qua Ox


(II)

§2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Bài 21. Ta có $\tan a + \cot a = m$

A. $\tan^2 a + \cot^2 a = (\tan a + \cot a)^2 - 2\tan a.\cos a = \mathbf{m^2 - 2}$

B. $(\tan a - \cot a)^2 = (\tan a + \cot a)^2 - 4\tan\cot a = \mathbf{m^2 - 4}$

C. $\tan^3 a + \cot^3 a = (\tan a + \cot a)^3 - 3\tan a.\cot a(\tan a + \cot a) = \mathbf{m^3 - 3m}$

D. $|\tan^2 - \cot^2 a| = |\tan a + \cot a|.|\tan a - \cos a| = |m|\sqrt{m^2 - 4}$

Vậy ta chọn D

Bài 22. Ta có : $\sin a + \cos a = m$

A. $(\sin a + \cos a)^2 = m^2 \Rightarrow \sin^2 a + \cos^2 a + 2\sin a\cos a = \mathbf{m^2}$

$$\Rightarrow 1 + 2\sin a\cos a = m^2 \Rightarrow \sin a\cos a = \frac{m^2 - 1}{2}$$

B. $(\sin a - \cos a)^2 = (\sin a + \cos a)^2 - 4\sin a\cos a$

$$= m^2 - 4.\frac{m^2 - 1}{2} = 2 - m^2$$

C. $\sin^3 a + \cos^3 a = (\sin a + \cos a)^3 - 3\sin a\cos a(\sin^2 a + \cos^2 a)$

$$= m^3 - 3.\frac{m^2 - 1}{2}.1 = \frac{2m^3 - 3m^2 + 3}{2}$$

D. $\sin^6 a + \cos^6 a = (\sin^2 a + \cos^2 a)^3 - 3\sin^2 a.\cos^2 a(\sin^2 a + \cos^2 a)$

$$= 1 - 3\sin^2 a\cos^2 a$$

$$= 1 - 3\left(\frac{m^2 - 1}{2}\right)^2 = \frac{-3m^4 + 6m^2 + 1}{4}$$

(C) sai $\Rightarrow$ **ta chọn C.**

Bài 23. Ta có:

$$E=\frac{\left(1-\tan^2 x\right)^2}{4.\tan^2 x}-\frac{1}{4\sin^2 x\cos^2 x}=\frac{1}{4}\frac{\left(1-\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)^2}{\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}-\frac{1}{4\sin^2 x\cos^2 x}$$

$$=\frac{1}{4}\frac{\dfrac{\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)^2}{\cos^4 x}}{\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}-\frac{1}{4\sin^2 x.\cos^2 x}$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)^2-4\sin^2 x.\cos^2 x}{\sin^2 x.\cos^2 x}-\frac{1}{\sin^2 x.\cos^2 x}\right]$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{1-4\sin^2 x.\cos^2 x-1}{\sin^2 x.\cos^2 x}\right]=\frac{1}{4}(-4)=-1$$

Vậy ta chọn B

Bài 24. Ta có :

$$E=\frac{\cos^2 x-\sin^2 y}{\sin^2 x.\sin^2 y}-\cot^2 x.\cot^2 y$$

$$=\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x.\sin^2 y}-\frac{\sin^2 y}{\sin^2 x.\sin^2 y}-\cot^2x.\cot^2y$$

$$=\cot^2x\,(1+\cot^2y)-(1+\cot^2x)-\cot^2x.\cot^2y$$

$$=\cot^2x+\cot^2x.\cot^2y-1-\cot^2x-\cot^2x\cot^2y=-1$$

Vậy ta chọn D

Bài 25. Ta có: $E=2(\sin^4x+\cos^4x+\sin^2x.\cos^2x)^2-(\sin^8x+\cos^8x)$

Đặt $a=\sin^2x\Rightarrow\cos^2x=1-a$

$$E=2[a^2+(1-a)^2+a(1-a)]^2-[a^4+(1-a)^4]$$

$$=2(a^2+1-2a+a^2+a-a^2)^2-[a^4+a^4-4a^3+6a^2-4a+1]=1$$

Vậy ta chọn A

Bài 26. Từ $\cot x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\tan x=2$

$$E=\frac{2}{\sin^2 x-\sin x.\cos x-\cos^2 x}=\frac{\dfrac{2}{\cos^2 x}}{\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-\dfrac{\sin x\cos x}{\cos^2 x}-\dfrac{\cos^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$=\frac{2\left(1+\tan^2 x\right)}{\tan^2 x-\tan x-1}=10.$$ **Vậy ta chọn D**

Bài 27. Ta có :

$$E = \frac{1}{\sin^6 x} - \cot^6 x - \frac{3\cot^2 x}{\sin^2 x} = (1 + \cot^2 x)^3 - \cot^6 x - 3\cot^2 x(1 + \cot^2 x)$$

$$= 1 + 3\cot^2 x + 3\cot^4 x + \cot^6 x - \cot^6 x - 3\cot^2 x - 3\cot^4 x = 1$$

Vậy ta chọn C

Bài 28. Ta có:

$$E = \cos^2 x.\cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x$$

$$= -\cot^2 x(1 - \cos^2 x) + 3\cos^2 x + 2\sin^2 x$$

$$= -\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}.\sin^2 x + 3\cos^2 x + 2\sin^2 x$$

$$= -\cos^2 x + 3\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2$$

Vậy ta chọn A

Bài 29. Từ $3\sin^4 x + 2\cos^4 x = \frac{98}{81}$

Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow \cos^2 x = 1 - t$

Ta có : $3t^2 + 2(1 - t)^2 = \frac{98}{81}$

$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{16}{45} \vee t_2 = \frac{9}{4} \Rightarrow E_1 = \frac{607}{405} \vee E_2 = \frac{107}{81}$$

Vậy ta chọn D

Bài 30. Ta có : $\frac{\sin^4 x}{a} + \frac{\cos^4 x}{b} = \frac{1}{a + b}$

$$\Leftrightarrow \frac{a+b}{a}\sin^4 x + \frac{a+b}{b}\cos^4 x = \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \sin^4 x + \frac{b}{a}\sin^4 x + \frac{a}{b}\cos^4 x + \cos^4 x = \sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \frac{b}{a}\sin^4 a + \frac{a}{b}\cos^4 x - 2\sin^2 x.\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2\sin^4 x + a^2\cos^4 x - 2ab\sin^2 x.\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow (b\sin^2 x - a\cos^2 x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2 x}{a} = \frac{\cos^2 x}{b} \text{ đặt } = t \Rightarrow \begin{cases} at = \sin^2 x \\ bt = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow at + bt = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{a + b}$$

Mặt khác $E = \frac{\sin^8 x}{a^3} + \frac{\cos^8 x}{b^3} = \frac{(at)^4}{a^3} + \frac{(bt)^4}{b^3}$

$$= at^4 + bt^4 = (a + b)t^4 = \frac{1}{(a + b)^3}$$

Vậy ta chọn A

Bài 31. Ta có $E = m(\sin^6x + \cos^6x) + n(\sin^4x + \cos^4x)$

$= m[1 - 3\sin^2x\cos^2x] + n(1 - 2\sin^2x.\cos^2x)$

$= m + n - (3m + 2n)\sin^2x.\cos^2x$.

E không phụ thuộc x thì $3m + 2n = 0$

Vậy ta chọn C

Bài 32. Từ $\tan x = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \cot x = 4$

$$E = \frac{\sin^2 x + 2\sin x.\cos x - 2\cos^2 x}{2\sin^2 x - 3\sin x.\cos x + 4\cos^2 x} = \frac{\left(\dfrac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \dfrac{2\sin x\cos x}{\sin^2 x} - \dfrac{2\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)}{\left(\dfrac{2\sin^2 x}{\sin^2 x} - \dfrac{3\sin x.\cos x}{\sin^2 x} + \dfrac{4\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)}$$

$$= \frac{1 + 2\cot x - 2\cot^2 x}{2 - 3\cot x + 4\cot^2 x} = \frac{1 + 8 - 32}{2 - 12 + 64} = \frac{-23}{54}$$

Vậy ta chọn A

Bài 33. Ta có : $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}; \dfrac{3\pi}{2} < \alpha < \pi$

- $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{4}{5}$ do $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos\alpha < 0$, ta chọn $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$

Vậy ta chọn B

Bài 34. Ta có : $\tan\alpha = -\dfrac{4}{5}; \dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

- $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1 + \tan^2\alpha} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{16}{25}} = \dfrac{25}{41} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{5}{\sqrt{41}}$

Do $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\cos\alpha > 0 \Rightarrow$ ta chọn $\cos\alpha = \dfrac{5}{\sqrt{41}}$

- $\sin\alpha = \tan\alpha.\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}.\dfrac{5}{\sqrt{41}} = -\dfrac{4}{\sqrt{41}}$

Vậy ta chọn C

Bài 35. Nhận xét câu D: $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{9} \neq 1$

Vậy ta chọn D

Bài 36. ta có $\tan\alpha = -2$

$$E = \frac{4\cos\alpha}{3\sin^3\alpha - 5\cos^3\alpha + 2\sin^2\alpha.\cos\alpha} = \frac{4\frac{\cos\alpha}{\cos^3\alpha}}{3\frac{\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha} - \frac{5\cos^3\alpha}{\cos^3\alpha} + 2\frac{\sin^2\alpha.\cos\alpha}{\cos^3\alpha}}$$

$$= \frac{4\left(1+\tan^2\alpha\right)}{3\tan^3\alpha - 5 + 2\tan^2\alpha} = \frac{4(1+4)}{3(-8)-5+2(-2)^2} = -\frac{20}{21}$$

Vậy ta chọn C.

Bài 37. Từ : $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ (1) và $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ (2)

$(1) \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} - \cos x$ thay vào (2) $\Rightarrow \cos^2 x + \left(\frac{1}{2} - \cos x\right)^2 = 1$

$$\Rightarrow 8\cos^2 x - 4\cos x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow E = \frac{5-\sqrt{7}}{4} \\ \cos x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \Rightarrow E = \frac{5+\sqrt{7}}{4} \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn B

Bài 38. ta có : $\sin\frac{14\pi}{3} = \sin\left(4\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy ta chọn C

Bài 39. Ta có: $\tan 1830^0 = \tan(10.180^0 + 30^0) = \tan 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Vậy ta chọn B

Bài 40. Rút gọn $E = \cot(x - 2\pi)(\cos(x - \frac{3\pi}{2}) + \cos(x + 2\pi) - 2\sin(x - \pi)$

- $\cot(x - 2\pi) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
- $\cos(x - \frac{3\pi}{2}) = \cos(x + \frac{\pi}{2} - 2\pi) = \cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$
- $\cos(x + 2\pi) = \cos x$
- $\sin(x - \pi) = -\sin(\pi - x) = -\sin x$

Vậy $E = \frac{\cos x}{\sin x}(-\sin x) + \cos x - 2(-\sin x)$

$$= -\cos x + \cos x + 2\sin x = 2\sin x$$

Vậy ta chọn B

Bài 41. Rút gọn $E = \dfrac{\sin\left(-234^0\right) - \cos 216^0}{\sin 144^0 - \cos 126^0}.\tan 36^0$

- $\sin\left(-234^0\right) = \sin\left(126^0 - 360^0\right) = \sin 126^0 = \sin\left(90^0 + 36^0\right) = \cos 36^0$
- $\text{Cos}216^0 = \cos(180^0 + 36^0) = -\cos 36^0.$
- $\text{Sin}144^0 = \sin(180^0 - 36^0) = \sin 36^0$
- $\text{Cos}126^0 = \cos(90^0 + 36^0) = -\sin 36^0$

Vậy $E = \dfrac{\cos 36^0 + \cos 36^0}{\sin 36^0 + \sin 36^0}.\tan 36^0 = \cot 36^0.\tan 36^0 = 1$

Vậy ta chọn B

Bài 42. Ta có $\tan\dfrac{\pi}{12} = \tan\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{4}}{1 + \tan\frac{\pi}{3}.\tan\frac{\pi}{4}} = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}}$

Vậy ta chọn A

Bài 43. Ta có: $\cos\dfrac{7\pi}{12} = \cos\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{3} - \sin\dfrac{\pi}{4}.\sin\dfrac{\pi}{3}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(1 - \sqrt{3}\right)$. **Vậy ta chọn C**

Bài 44. Ta có :

$$\begin{aligned}\cos(a + b)\cos(a - b) &= (\cos a\cos b - \sin a\sin b)(\cos a\cos b + \sin a\sin b)\\ &= \cos^2 a.\cos^2 b - \sin^2 a.\sin^2 b\\ &= \cos^2 a.\cos^2 b - (1 - \cos^2 a)(1 - \cos^2 b)\\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^2.\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) = -\frac{119}{144}\end{aligned}$$

Vậy ta chọn D

Bài 45. Ta có: $\tan A = \dfrac{1}{5}, \tan B = \dfrac{1}{2}, \tan C = \dfrac{1}{8}$

- $\tan[(A + B) + C] = \dfrac{\tan(A + B) + \tan C}{1 - \tan(A + B).\tan C} = \dfrac{\dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A.\tan B} + \tan C}{1 - \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A.\tan B}.\tan C}$

$$= \frac{\tan A + \tan B + \tan C - \tan A\tan B\tan C}{1 - \left(\tan A.\tan B + \tan B.\tan C + \tan C.\tan A\right)}$$

$$= \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{5}.\frac{1}{2}.\frac{1}{8}}{1 - \left(\frac{1}{5}.\frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{8} + \frac{1}{8}.\frac{1}{5}\right)} = 1$$

$\Rightarrow$ **A + B + C = 45^0. Vậy ta chọn C**

Bài 46. Từ cos(a + b) = k.cos(a – b)

$\Rightarrow$ cosa.cosb – sina.sinb = k(cosa.cosb + sina.sinb)

$\Rightarrow$ coa.cosb – kcosacosb = ksinasinb + sinasinb

$\Rightarrow$ cosacosb(1 – k) = sinasinb(1 + k)

$$\Rightarrow \frac{\sin a.\sin b}{\cos a \cos b} = \frac{1-k}{1+k}$$

Vậy ta chọn B

Bài 47. Ta có $\cot a = \frac{3}{4}, \cot b = \frac{1}{7}$; a + b = ?

- $$\cot(a+b) = \frac{\cot a.\cot b - 1}{\cot a + \cos b} = \frac{\frac{3}{4}.\frac{1}{7} - 1}{\frac{3}{4} + \frac{1}{7}} = -1 \Rightarrow a + b = \frac{3\pi}{4}$$

Vậy ta chọn C

Bài 48. Ta có tan(α + β) = 5 , tan (α – β) = 3

- $$\tan 2\alpha = \tan[(\alpha+\beta) + (\alpha-\beta)] = \frac{\tan(\alpha+\beta) + \tan(\alpha-\beta)}{1 - \tan(\alpha+\beta).\tan(\alpha-\beta)}$$

$$= \frac{5+3}{1-5.3} = -\frac{4}{7}$$

Vậy ta chọn B

Bài 49. Ta có $\begin{cases} \sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a \\ \cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a \end{cases}$

Vậy ta chọn B

Bài 50. Ta có: $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 2\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2 - 1$

$$= \frac{2\left(6+2+2\sqrt{12}\right) - 16}{16} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy ta chọn C

Bài 51. Ta có: $a - b = \frac{\pi}{3}$

Ta có : $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$

$= \cos^2 a + \cos^2 b + 2\cos a\cos b + \sin^2 a + \sin^2 b + 2\sin a\sin b.$

$= (\cos^2 a + \sin^2 a) + (\cos^2 b + \sin^2 b) + 2(\cos a.\cos b + \sin a\sin b)$

$= 1 + 1 + 2\cos(a - b)$

$= 2 + 2\cos\frac{\pi}{3} = 2 + 2.\frac{1}{2} = 3$

Vậy ta chọn D

Bài 52. Đề cho $a + b = \frac{\pi}{3}$

Ta có : $(\cos a + \sin b)^2 + (\cos b + \sin a)^2$

$= \cos^2 a + \sin^2 b + 2\cos a \sin b + \cos^2 b + \sin^2 a + 2\sin a \cos b$

$= (\cos^2 a + \sin^2 a) + (\cos^2 b + \sin^2 b) + 2(\sin a \cos b + \sin b \cos a)$

$= \quad 1 \quad + \quad 1 \quad + 2\sin(a + b)$

$= 1 + 1 + 2\sin\frac{\pi}{3} = 2 + \sqrt{3}$. **Vậy ta chọn C**

Bài 53. Cho tana = 2

$$\text{Ta có } E = \frac{4 + \sin 2a}{5\cos 2a} = \frac{4 + 2\sin a\cos a}{5\left(\cos^2 a - \sin^2 a\right)} = \frac{\dfrac{4}{\cos^2 a} + \dfrac{2\sin a\cos a}{\cos^2 a}}{\dfrac{5\cos^2 a}{\cos^2 a} - \dfrac{5\sin^2 a}{\cos^2 a}}$$

$$= \frac{4\left(1 + \tan^2 a\right) + 2\tan a}{5 - 5\tan^2 a} = \frac{4(1 + 4) + 2.2}{5 - 5.4} = -\frac{24}{15} = -\frac{8}{5}$$

Vậy ta chọn D

Bài 54. Ta có $\begin{cases} 3\sin^2 a + 2\sin^2 b = 1 & (1) \\ 3\sin 2a - 2\sin 2b = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow 3\sin^2 a = 1 - 2\sin^2 b = \cos 2b$ (a)

(2) $\Rightarrow \sin 2b = \frac{3}{2}\sin 2a$ (b)

Mặt khác : $\cos(a + 2b) = \cos a.\cos 2b - \sin a.\sin 2b$ (c)

Thay (a), (b), vào (c) , ta được

$$\text{Cos}(a + 2b) = \cos a.3\sin^2 a - \sin a.\frac{3}{2}\sin 2a$$

$$= 3\cos a.\sin^2 a - 3\sin a.\sin a.\cos a = 0 \Rightarrow a + 2b = 90^0 = \frac{\pi}{2}$$

Vậy ta chọn D

Bài 55. Ta có $E = \cos\frac{5\pi}{12}.\sin\frac{7\pi}{12} = \sin\frac{5\pi}{12}.\cos\frac{7\pi}{12}$

$$= \frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{7\pi}{12} - \frac{5\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{12} + \frac{5\pi}{12}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\sin\frac{\pi}{6} + \sin\pi\right] = \frac{1}{4}$$

Vậy ta chọn A

Bài 56. $E = \sin\frac{5\pi}{24}.\sin\frac{\pi}{24} = \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{24} - \frac{\pi}{24}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{24} + \frac{\pi}{24}\right)\right]$

$= \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} - \cos\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$. **Vậy ta chọn A**

Bài 57.

$$E = 4\cos10^0.\cos50^0.\cos70^0 = 4(\cos10^0.\cos50^0).\cos70^0$$

$$= 4.\frac{1}{2}\left(\cos60^0 + \cos40^0\right).\cos70^0 = 2.\cos60^0.\cos70^0 + 2\cos70^0.\cos40^0$$

$$= 2.\frac{1}{2}.\cos70^0 + 2.\frac{1}{2}\left(\cos30^0 + \cos110^0\right)$$

$$= \cos70^0 + \cos30^0 + \cos(180 - 70^0) = \cos70^0 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos70^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy ta chọn C

Bài 58. $E = \cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}}\left(2\sin\frac{\pi}{7}.\cos\frac{\pi}{7} + 2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7} + 2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7}\right)$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}}\left(\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) + \sin\frac{3\pi}{7} + \sin\left(-\frac{3\pi}{7}\right) + \sin\frac{5\pi}{7} + \sin\left(-\frac{5\pi}{7}\right) + \sin\pi\right)$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}}.\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) = -\frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn B

Bài 59. $E = \cos^2x + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

$$= \frac{1 + \cos2x}{2} + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right)}{2} + \frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(3 + \cos2x + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(3 + \cos2x + 2\cos\frac{2\pi}{3}.\cos2x\right) = \frac{1}{2}\left(3 + \cos2x - \cos2x\right) = \frac{3}{2}$$

Vậy ta chọn D

Bài 60. $E = \tan20^0.\tan40^0.\tan60^0.\tan80^0$

$$= \sqrt{3}\,\frac{\sin20^0.\sin40^0.\sin80^0}{\cos20^0.\cos40^0.\cos80^0}$$

$$= \sqrt{3}\,\frac{2\sin10^0\cos10^0.2\sin20^0.\cos20^0.2\sin40^0.\cos40^0}{\cos20^0.\cos40^0.\cos80^0}$$

$= \sqrt{3}.8.\cos10^0.\sin20^0.\cos40^0$ (vì $\cos80^0 = \sin10^0$)

$$= \sqrt{3}.4\cos 10^0\left(\cos 20^0 - \cos 60^0\right)$$

$$= 2\sqrt{3}\left(2.\cos 10^0.\cos 20^0 - 2.\frac{1}{2}.\cos 10^0\right)$$

$$= 2\sqrt{3}\left(\cos 30^0 + \cos 10^0 - \cos 10^0\right) = 3.$$

Vậy ta chọn C

Bài 61. $E = \dfrac{\tan 30^0 + \tan 40^0 + \tan 50^0 + \tan 60^0}{\sin 70^0}$

$$= \frac{\left(\tan 30^0 + \tan 60^0\right) + \tan 40^0 + \tan 50^0}{\sin 70^0}$$

$$= \frac{\dfrac{\sin 90^0}{\cos 30^0.\cos 60^0} + \dfrac{\sin 90^0}{\cos 40^0.\cos 50^0}}{\sin 70^0} = \frac{\dfrac{1}{\cos 30^0.\sin 30^0} + \dfrac{1}{\cos 40^0.\sin 40^0}}{\sin 70^0}$$

(Vì $\cos 60^0 = \sin 30^0$; $\cos 50^0 = \sin 40^0$)

$$= \frac{\dfrac{2}{\sin 60^0} + \dfrac{2}{\sin 80^0}}{\cos 20^0} = \frac{2\left(\sin 80^0 + \sin 60^0\right)}{\sin 80^0.\sin 60^0.\cos 20^0} = \frac{4\sin 70^0.\cos 10^0}{\cos 10^0.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\sin 70^0}$$

$= \dfrac{8}{\sqrt{3}}$. **Vậy ta chọn A**

Bài 62. $E = \tan^2\dfrac{\pi}{12} + \tan^2\dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{1-\cos\dfrac{\pi}{6}}{1+\cos\dfrac{\pi}{6}} + \dfrac{1-\cos\dfrac{5\pi}{6}}{1+\cos\dfrac{5\pi}{6}}$

$= \dfrac{1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}} + \dfrac{1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 14$. **Vậy ta chọn C**

Bài 63. $E = 4\cos 15^0.\cos 21^0.\cos 24^0 - \cos 12^0 - \cos 18^0$

$= 2.\cos 15^0.(\cos 3^0 + \cos 45^0) - 2\cos 15^0.\cos 3^0$

$= 2\cos 15^0\cos 45^0 = \cos 60^0 + \cos 30^0 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy ta chọn B

Bài 64. $E = \dfrac{1}{\sin 18^0} - \dfrac{1}{\sin 54^0} = \dfrac{\sin 54^0 - \sin 18^0}{\sin 18^0.\sin 54^0}$

$= \dfrac{2\cos 36^0\sin 18^0}{\sin 18^0.\cos 36^0}$; $\left(\sin 54^0 = \cos 36^0\right)$

$= 2$. **Vậy ta chọn C**

Bài 65. Áp dụng : $\cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$, α nhọn ⇒ $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}}$

Ta có :

- $\cos\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\dfrac{\pi}{4}}{2}}^{\,2} = \sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$
- $\cos\dfrac{\pi}{16} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\dfrac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
- $\cos\dfrac{\pi}{32} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\dfrac{\pi}{16}}{2}} = \sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{4}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$
- $\cos\dfrac{\pi}{64} = \sqrt{\dfrac{1+\cos\dfrac{\pi}{32}}{2}} = \sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}{4}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}$

Mặt khác $\cos\dfrac{\pi}{64} \neq \cos\dfrac{\pi}{62}$ ⇒ D sai

Vậy ta chọn D

Bài 66. Ta có : $\cos^6x + \sin^6x = (\sin^2x + \cos^2x)^3 - 3\sin^2x.\cos^2x(\sin^2x + \cos^2x)$

$$= 1 - 3\sin^2x.\cos^2x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = 1 - \frac{3}{4}\left(\frac{1-\cos 4x}{2}\right) = \frac{5+3\cos 4x}{8}$$

Với $\alpha = \dfrac{\pi}{12}$; $\cos^6\dfrac{\pi}{12} + \sin^6\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{5+3\cos\dfrac{\pi}{3}}{8} = \dfrac{13}{16}$

Vậy ta chọn B

Bài 67. Ta có sin2A + sin2B + sin2C = 4sinA.sinB.sinC

$$= 4\frac{a}{2R}.\frac{b}{2R}.\frac{c}{2R} = \frac{abc}{4R}.\frac{2}{R^2} = \frac{2S}{R^2}.$$

Vậy ta chọn A

Bài 68. Ta có : $m_a^2 = \dfrac{b^2+c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$

$$m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4} = \frac{2a^2+2c^2-b^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}$$

$$\Rightarrow m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}\left(a^2+b^2+c^2\right).$$

Vậy ta chọn B

Bài 69. Ta có

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{1 + \cos 2A}{2} + \frac{1 + \cos 2B}{2} + \cos^2 C$$

$$= 1 + \frac{1}{2}\left(\cos 2A + \cos 2B\right) + \cos^2\left(A + B\right)$$

$$= 1 + \cos(A + B).\cos(A - B) + \cos^2(A + B)$$

$$= 1 + \cos(A + B)[\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$= 1 + \cos(\pi - C)[2\cos A.\cos B] = 1 - 2\cos A.\cos B.\cos C > 1$$

(vì ΔABC có 1 góc tù $\Rightarrow \cos A.\ \cos B.\ \cos C < 0$)

Vậy ta chọn D

Bài 70. Ta có: $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = \frac{1 - \cos 2A}{2} + \frac{1 - \cos 2B}{2} + \frac{1 - \cos 2C}{2}$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C\right)$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(2\cos\left(A + B\right)\cos\left(A - B\right) + 2\cos^2 C - 1\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(2.\cos\left(A + B\right)\cos\left(A - B\right) + 2\cos^2\left(A + B\right)\right)$$

$$= 2 - \cos\left(A + B\right)\left[\cos\left(A - B\right) + \cos\left(A + B\right)\right]$$

$$= 2 + 2\cos A.\cos B.\cos C > 2$$

Vì A, B, C nhọn $\Rightarrow \cos A.\cos B.\cos C > 0$

Vậy ta chọn B

§3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Bài 71. Ta có: $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn D

Bài 72. Ta có: $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn C

Bài 73. Ta có: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn C

Bài 74. Ta có: $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn A

Bài 75. Ta có: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn B

Bài 76. Ta có: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = 90^0 + k.180^0,\ k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn B

Bài 77. Ta có: tan,x = 1 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn B

Bài 78. Ta có: $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi = (-1)^{2k+1}.\frac{\pi}{4} + k\pi$

Vậy ta chọn C

Bài 79. Ta có: $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn B

Bài 80. Ta có: $\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn D

Bài 81. Ta có: $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} = (-1)^{2k+1}.\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn A

Bài 82. Ta có: $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn A

Bài 83. Ta có: $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn A

Bài 84. Ta có: $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{5\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn B

Bài 85. Ta có: $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x = (-1)^{k+1}.\frac{\pi}{3} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$$

Vậy ta chọn D

Bài 86. Ta có : $2\sin + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x = (-1)^{k+1}.\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy ta chọn A

Bài 87. Ta có : $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy ta chọn B

Bài 88. Ta có: $\tan 2x = -\sqrt{3} = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy ta chọn D

Bài 89. Ta có: $\cot x = -\sqrt{3} = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy ta chọn B

Bài 90. Ta có : $\cos x + \sin x = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy ta chọn A

Bài 91. $\sin x - \cos x = 1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn C

Bài 92. Ta có: $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn B

Bài 93. Ta có: $\sin 4x - \cos 4x = -\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 4x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow 4x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn C

Bài 94. Ta có: $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **Vậy ta chọn D**

Bài 95. Ta có: $\sin 2x - \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad \Leftrightarrow \sin 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right] \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{4} + x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn D

Bài 96. $\tan 2x - \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ điều kiện $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \tan 2x = \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \tan 2x = \tan\left[\frac{\pi}{2} - \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) \Leftrightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} - x + k\pi$$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}$ so với điều kiện ta phải có $k \neq 3l$, $l \in \mathbb{Z}$.

Vậy ta chọn D

Bài 97. Ta có $\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(\sin x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in [0, 2\pi]$ nên ta có nghiệm $x = 0 ; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$

Vậy phương trình có 4 nghiệm **ta chọn đáp án A**

Bài 98. Ta có: $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin 5x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin 5x \Leftrightarrow \sin 5x = \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 5x = \pi - x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 6x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy ta chọn D

Bài 99. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(\cos x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vì $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ nên ta có nghiệm là $x = \pi$.

Vậy ta chọn A

Bài 100. Ta có: $\cos^2 5\pi x = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1+\cos 10\pi x}{2} = 1 \Leftrightarrow \cos 10\pi x = 1 \Leftrightarrow 10\pi x = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Vì $1 \le x \le 4$ nên $1 \le \frac{2k}{5} \le 4 \Rightarrow 5 \le 2k \le 20$

$\Rightarrow \frac{5}{2} \le k \le 10$ và $k \in \mathbb{Z}$ do đó ta chọn $k = 3; 4; ...; 10$.

Suy ra phương trình có 8 nghiệm .

Vậy ta chọn B

Bài 101. Ta có: $\cos^2 6\pi x = \frac{3}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{1+\cos 12\pi x}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos 12\pi x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 12\pi x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 12\pi x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{36} + \frac{k}{6} \\ x = -\frac{1}{36} + \frac{k}{6} \end{array}\right.$$

- Xét $x = \frac{1}{36} + \frac{k}{6}$

  Vì $0 < x < 1$ nên $0 < \frac{1}{36} + \frac{k}{6} < 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{35}{6}$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $k = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ (a)

- Xét $x = -\frac{1}{36} + \frac{k}{6}$

  Vì $0 < x < 1$ nên $0 < -\frac{1}{36} + \frac{k}{6} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{36} < k < \frac{35}{6}$ **và** $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}$ **nên ta** chọn $k = 1; 2; 3; 4; 5$ (b)

  Từ (a) và (b) ta có 11 số k suy ra phương trình có **11 nghiệm**

Vậy ta chọn D

Bài 102. Ta có: $\cos(5x - 45^0) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\left(5x - 45^0\right) = \cos 150^0 \Leftrightarrow 5x - 45^0 = \pm 150^0 + k360^{\mathbf{0}}, \mathbf{k} \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 39^0 + k72^0 \\ x = -21^0 + k72^0 \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn C

Bài 103. Ta có $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\cos x + \sin\frac{\pi}{3}.\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy ta chọn B

Bài 104. Ta có: $6\sin 2x - 3\cos 2x = 7$

Ta có : $a^2 + b^2 = 36 + 9 = 45 < c^2 = 49 \Rightarrow$ phương **trình vô nghiệm**.

Vậy ta chọn C

Bài 105. Ta có : $\sqrt{3}\cos 5x + \sin 5x - 2\cos 3x = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x + \frac{1}{2}\sin 5x = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{6}.\cos 5x + \sin\frac{\pi}{6}.\sin 5x = \cos 3x \Leftrightarrow \cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x - \frac{\pi}{6} = 3x + k2\pi \\ 5x - \frac{\pi}{6} = -3x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn C

Bài 106. Ta có: 3sinx + 2cosx = 4

Ta có $a^2 + b^2 = 9 + 4 = 13 < c^2 = 16$

Suy ra phương trình vô nghiệm. **Vậy ta chọn A**

(Các em lưu ý khi giải phương trình cổ điển dạng : asinx + bcosx = c.

Các em chịu khó kiểm tra điều kiện có nghiệm : $a^2 + b^2 \ge c^2$

Bài 107. Ta có: $3\sin x + 4\cos x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{5}\sin x + \frac{4}{5}\cos x = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha \sin x + \sin\alpha\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin(x+\alpha) = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \alpha = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} - \alpha + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn B

Bài 108. Ta có : $\sin 7x + \sqrt{3}\cos 7x = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 7x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\sin 7x + \sin\frac{\pi}{3}\cos 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(7x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 7x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{84} + \frac{k2\pi}{7} \\ x = \frac{5\pi}{84} + \frac{k2\pi}{7} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn D

Bài 109. Ta có : $\sin 5x + \sqrt{3}\cos 5x = 2\sin 7x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 5x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x = \sin 7x \text{ (chia pt cho 2)}$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\sin 5x + \sin\frac{\pi}{3}\cos 5x = \sin 7x \Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 7x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x = 5x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 7x = \pi - 5x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn D

Bài 110. Ta có: $\sqrt{3}\cos 5x - 2\cos 3x + \sin 5x = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x + \frac{1}{2}\sin 5x = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{6}.\cos 5x + \sin\frac{\pi}{6}\sin 5x = \cos 3x \Leftrightarrow \cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x - \frac{\pi}{6} = 3x + k2\pi \\ 5x - \frac{\pi}{6} = -3x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn A

Bài 111. Ta có: $3\sin 3x - \sqrt{3}\cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$

$$\Leftrightarrow (3\sin 3x - 4\sin^3 3x) - \sqrt{3}\cos 9x = 1 \Leftrightarrow \sin 9x - \sqrt{3}\cos 9x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 9x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 9x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\sin 9x - \sin\frac{\pi}{3}\cos 9x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(9x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 9x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{54} + \frac{k2\pi}{9} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn C

Bài 112. Ta có: $4\sin 2x - 3\cos 2x = 3(4\sin x - 1)$

$$\Leftrightarrow 8\sin x\cos x - 3(1 - 2\sin^2 x) = 12\sin x - 3$$

$$\Leftrightarrow 8\sin x.\cos x - 3 + 6\sin^2 x = 12\sin x - 3.$$

$$\Leftrightarrow 8\sin x\cos x + 6\sin^2 x - 12\sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x(4\cos x + 3\sin x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ 4\cos x + 3\sin x = 6\left(\text{vô nghiệm vì } a^2 + b^2 < c^2\right) \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **Vậy ta chọn A**

Bài 113. Ta có : $9\sin x + 6\cos x - 3\sin 2x + \cos 2x = 8$

$$\Leftrightarrow 9\sin x + 6\cos x - 6\sin x.\cos x + 1 - 2\sin^2 x = 8$$

$$\Leftrightarrow 9\sin x - 9 + 6\cos x - 6\sin x\cos x + 2 - 2\sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 9(\sin x - 1) - 6\cos x(\sin x - 1) - 2(\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - 1)(9 - 6\cos x - 2\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - 1)(-6\cos x - 2\sin x + 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ 6\cos x + 2\sin x = 8\left(\text{vô nghiệm vì } a^2 + b^2 < c^2\right) \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **Vậy ta chọn B**

Bài 114. Ta có : $2\cos^2x + 5\cos x - 3 = 0$

Đặt $t = \cos x$, với $-1 \le t \le 1$ ta được phương trình $2t^2 + 5t - 3 = 0$ phương trình này có 2 nghiệm là $t_1 = -3$ và $t_2 = \frac{1}{2}$ trong đó $t_1 = -3$ loại do không thoả điều kiện $-1 \le t \le 1$ do đó

$$2\cos^2x + 5\cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn A

Bài 115. Ta có : $4\sin^2 2x - 2\left(1 + \sqrt{2}\right)\sin 2x + \sqrt{2} = 0$ (1)

Đặt $t = \sin 2x$, $|t| \le 1$

Phương trình trở thành : $4t^2 - 2(1 + \sqrt{2})t + \sqrt{2} = 0$ (2)

$$\Delta' = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2} = \left(1 - \sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{\left(1 - \sqrt{2}\right)^2} = \left|1 - \sqrt{2}\right| = \sqrt{2} - 1$$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Suy ra (1) có nghiệm: $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \vee \sin 2x = \frac{1}{2}$

- $$\begin{cases} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 < x < \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \sin\frac{\pi}{4} \\ 0 < 2x < 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{4} \\ 2x = \frac{3\pi}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} \end{array}\right.$$
- $$\begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ 0 < x < \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \sin\frac{\pi}{6} \\ 0 < 2x < 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} \\ 2x = \frac{5\pi}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{5\pi}{12} \end{array}\right.$$

Tóm lại (1) có 4 nghiệm. **Vậy ta chọn B**

Bài 116. Ta có : $\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow 1 - \cos^2 2x - \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 2x + \cos 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = k2\pi \\ \text{vô nghiệm} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Do $-\pi \le x \le 4\pi \Rightarrow -\pi \le k\pi \le 4\pi \Rightarrow -1 \le k \le 4$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $k = 0, -1, 1, 2, 3, 4$. Tương ứng với sáu số k $\Rightarrow$ (1) có 6 nghiệm.

Vậy ta chọn C

Bài 117. Ta có : $\sqrt{3}\tan^2 x - \left(1+\sqrt{3}\right)\tan x + 1 = 0$

Phương trình có dạng: a + b + c = 0 do đó (1)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn D

Bài 118. Ta có: $\cos 3x - 2\cos 2x = 2 \Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x - 2(2\cos^2 x - 1) = 2$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 4\cos^2 x - 3\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x\,(4\cos^2 x - 4\cos x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ 4\cos^2 x - 4\cos x - 3 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \left[\begin{array}{l}\cos x = -\dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{2\pi}{3}\\ \cos x = \dfrac{3}{2}\text{(loại)}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Vậy ta chọn A

Bài 119. Ta có: $3\sin^3 x - 3\cos^2 x + 7\sin x - \cos 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin^3 x - 3(1 - \sin^2 x) + 7\sin x + 2\sin^2 x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin^3 x + 5\sin^2 x + 7\sin x - 3 = 0$

Đặt $t = \sin x$; $|t| \le 1$

Phương trình trở thành : $3t^3 + 5t^2 + 7t - 3 = 0$

$(3t - 1)(t^2 + 2t + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3t - 1 = 0\\ t^2 + 2t + 3 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t = \dfrac{1}{3}\\ \text{vô nghiệm}\end{array}\right. \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$$

Suy ra $\sin x = \dfrac{1}{3}$ so với đáp án ta có

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + k2\pi\right) = \frac{1}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{4} + k2\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy ta chọn D

Bài 120. Ta có : $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \dfrac{1}{2}\cos x = \dfrac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{6}\sin x - \sin\frac{\pi}{6}\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi\\ x - \dfrac{\pi}{6} = \pi - \dfrac{\pi}{6} + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi\\ x = \pi + k2\pi\end{array}\right.$$

- **Xét** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ do $-\pi < x < \pi \Rightarrow -\pi < \frac{\pi}{3} + k2\pi < \pi$

  $\Rightarrow -\frac{4\pi}{3} < k2\pi < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} < k < \frac{1}{3}$ và $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ ta chọn $k = 0 \Rightarrow$ ta có nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$

- **Xét** $x = \pi + k2\pi$ ta không chọn được nghiệm thoả $-\pi < x < \pi$.

  Tóm lại phương trình có 1 nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$.

Vậy ta chọn D

Bài 121. Ta có: $\sin 5x + \sqrt{3}\cos 5x = 2\sin 7x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 5x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x = \sin 7x$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\sin 5x + \sin\frac{\pi}{3}\cos 5x = \sin 7x \Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 7x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x = 5x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 7x = \pi - 5x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn B

Bài 122. Ta có : $\sqrt{3}\cos 5x - 2\cos 3x + \sin 5x = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x + \frac{1}{2}\sin 5x = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{6}\cos 5x + \sin\frac{\pi}{6}\sin 5x = \cos 3x \Leftrightarrow \cos\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x - \frac{\pi}{6} = 3x + k2\pi \\ 5x - \frac{\pi}{6} = -3x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

- **Xét :** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \frac{\pi}{2}$

  $\Rightarrow -\frac{\pi}{12} < k\pi < \frac{5\pi}{12} \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{5}{12}$ và $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow$ nghiệm tương ứng là $x = \frac{\pi}{12}$

- **Xét** $x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4}$. Do $0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4} < \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow -\dfrac{\pi}{48} < \dfrac{k\pi}{4} < \dfrac{23\pi}{48} \Rightarrow -\dfrac{1}{12} < k < \dfrac{23}{12}$ và $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ ta chọn $k = 0, 1 \Rightarrow$

nghiệm tương ứng là: $x = \dfrac{\pi}{48}, x = \dfrac{13\pi}{48}$

Tóm lại (1) có 3 nghiệm: $x = \dfrac{\pi}{12}, x = \dfrac{\pi}{48}, x = \dfrac{13\pi}{48}$.

Vậy ta chọn B

Bài 123. Ta có: $3\sin 3x - \sqrt{3}\cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$

$\Leftrightarrow (3\sin 3x - 4\sin^3 3x) - \sqrt{3}\cos 9x = 1 \Leftrightarrow \sin 9x - \sqrt{3}\cos 9x = 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sin 9x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 9x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\dfrac{\pi}{3}\sin 9x - \sin\dfrac{\pi}{3}\cos 9x = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\left(9x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\dfrac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 9x - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 9x - \dfrac{\pi}{3} = \pi - \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{9} \\ x = \dfrac{7\pi}{54} + \dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn C

Bài 124. Ta có: $\dfrac{\sqrt{3}}{\cos x} + \dfrac{1}{\sin x} = 8\sin x \ (1)$

Điều kiện $\cos x.\sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 8\sin^2 x.\cos x$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 8.\dfrac{1}{2}(1 - \cos 2x).\cos x$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 4\cos x - 4\cos 2x.\cos x$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 4\cos x - 4.\dfrac{1}{2}(\cos x + \cos 3x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x - \cos x = -2\cos 3x \Leftrightarrow \cos 3x = \dfrac{1}{2}\cos x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x$

$$\Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = x + \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = -x - \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn D

Bài 125. Ta có: $6\sin^2 x + \sin x.\cos x - \cos^2 x = 2 \ (1)$

- Xét $\cos x = 0$ (với $\cos x = 0$ thì $\sin^2 x = 1$) thay $\cos^2 x = 0$ vào (1) ta được : $6\sin^2 x = 2$ vô lý vậy $\cos x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (1)

- **Xét cosx ≠ 0.** Chia 2 vế của (1) cho $\cos^2x$ ta được :

$$6\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}+\frac{\sin x.\cos x}{\cos^2 x}-\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{2}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow 6\tan^2x + \tan x - 1 = 2(1 + \tan^2x) \Leftrightarrow 4\tan^2x + \tan x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = -1\\ \tan x = \dfrac{3}{4}\left(\text{loại vì } x \in \left[-\dfrac{\pi}{2},0\right], \tan x < 0\right)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}. \text{ Do } x \in \left[-\frac{\pi}{2},0\right] \text{ nên ta chọn } x = -\frac{\pi}{4}$$

Vậy ta chọn A

Bài 126. Ta có: $\sin^2x - \sqrt{3}\sin x.\cos x + 2\cos^2 x = 1$ (1)

Cách 1: • **Xét** cosx = 0 (với cosx = 0 thì $\sin^2x = 1$). Thay cosx = 0 vào **(1) ta được** : $\sin^2x = 1$ đúng . Vậy $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm **của (1)**

- **Xét cosx ≠ 0** chia (1) cho $\cos^2x$ ta được :

$$\tan^2x - \sqrt{3}\tan x + 2 = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Vậy nghiệm của (1) là: $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi,\end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$.

Vậy ta chọn D

Cách 2: Sử dụng công thức hạ bậc và nhân đôi ta được :

$$\frac{1-\cos 2x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+2\frac{1+\cos 2x}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{6}\sin 2x - \sin\frac{\pi}{6}\cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ 2x-\dfrac{\pi}{6}=\pi-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn D

Bài 127. Ta có: $6\sin x - 2\cos^3x = 5\sin 2x.\cos x$

$\Leftrightarrow 6\sin x - 2\cos^3x = 5\sin x.\cos^2x$ (1)

- **Nhận xét :** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ không phải là nghiệm của (1)

- Chia (1) hai vế cho $\cos^3 x$ ta được :

$$\frac{6\sin x}{\cos^3 x} - 2.\frac{\cos^3 x}{\cos^3 x} = 5.\frac{\sin x.\cos^2 x}{\cos^3 x} \Leftrightarrow 6\tan x(1 + \tan^2 x) - 2 = 5\tan x$$

$\Leftrightarrow 6\tan^3 x - 4\tan x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3\tan^2 x - 2\tan x - 1 = 0$

Đặt $t = \tan x$

Phương trình trở thành: $2t^3 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(3t^2 + 3t + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ 3t^2 + 3t + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ \text{vô nghiệm} \end{array}\right. \Leftrightarrow t = 1$$

Suy ra $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy ta chọn B

Bài 128. Ta có : $3\cos^4 x - 4\cos^2 x.\sin^2 x + \sin^4 x = 0$ (1)

Cách 1: Vì $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ không phải là nghiệm của (1) nên ta chia 2 vế của (1) cho $\cos^2 x$, ta được : $3 - 4\tan^2 x + \tan^4 x = 0$

Đặt $t = \tan^2 x$, $t \geq 0$

Phương trình trở thành : $t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$

- Với $t = 1$ ta suy ra : $\tan^2 x = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 1 \\ \tan x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$
- Với $t = 3$ ta suy ra : $\tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = \sqrt{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$

Kết luận nghiệm của phương trình (1) là : $\left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Vậy ta chọn C

Cách 2: Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow 1 - t = \sin^2 x$

Bài 129. Ta có: $\sin x.\cos x = 6(\sin x - \cos x - 1)$.

Đặt $t = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), |t| \leq \sqrt{2}$

Ta có : $t^2 = (\sin x - \cos x)^2 \Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{1 - t^2}{2}$

Khi đó phương trình trở thành : $\frac{1-t^2}{2} = 6(t-1)$

$\Leftrightarrow t^2 + 12t - 13 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = -13$ (loại)

Với $t = 1 \Rightarrow \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy ta chọn A

Bài 130. $\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\cos x + \sin x\right) - \sin 2x - 1 - \sqrt{2} = 0$ (1)

Đặt $t = \cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right), |t| \le \sqrt{2}$

$\Rightarrow t^2 = (\cos x + \sin x)^2 \Rightarrow \sin 2x = t^2 - 1$

Khi đó phương trình trở thành : $\left(1+\sqrt{2}\right)t - \left(t^2 - 1\right) - 1 - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow t^2 - \left(1+\sqrt{2}\right)t + \sqrt{2} = 0; \left(a + b + c = 0\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = 1^2 - 1 = 0 \\ \sin 2x = \sqrt{2}^2 - 1 = 1 \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn D.

Bài 131. Ta có: $3(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x + 3 = 0$ (1)

Đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), |t| \le \sqrt{2} \Rightarrow t^2 - 1 = \sin 2x$

(1) $\Leftrightarrow 3t + 2(t^2 - 1) + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 2t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = \frac{-1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn C

Bài 132. Ta có : $\left(1+\sqrt{3}\right)\left(\cos x + \sin x\right) - 2\sin x.\cos x - 1 - \sqrt{3} = 0$ (1

Đặt $t = \cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right), |t| \le \sqrt{2} \Rightarrow t^2 - 1 = 2\sin x.\cos x$

(1) $\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}\right)t - \left(t^2 - 1\right) - 1 - \sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow t^2 - \left(1+\sqrt{3}\right)t + \sqrt{3} = 0$ phương trình này có dạng $a + b + c = 0$

nên ta có $t_1 = 1$, $t_2 = \sqrt{3}$ nghiệm $t_2 = \sqrt{3}$ loại

Suy ra giá trị của $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vậy ta chọn A

Bài 133. Ta có: $\left(1+\sqrt{5}\right)(\sin x-\cos x)+\sin 2x-1-\sqrt{5}=0$

Đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right), |t|\le\sqrt{2}$

$\Rightarrow t^2=(\sin x-\cos x)^2\Rightarrow \sin 2x=1-t^2$

$(1)\Rightarrow \left(1+\sqrt{5}\right)t+1-t^2-1-\sqrt{5}=0$

$$\Rightarrow t^2-\left(1+\sqrt{5}\right)t+\sqrt{5}=0\ (a+b+c=0)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\left(\text{nhận}\right)\\ t=\sqrt{5}\left(\text{loại}\right)\end{array}\right.$$

- Với $t=1\Rightarrow\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1\Rightarrow\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy ta chọn D

Bài 134. Ta có : $5\sin 2x-16(\sin x+\cos x)+16=0\ (1)$

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right), |t|\le\sqrt{2}$

$\Rightarrow t^2=(\sin x+\cos x)^2\Rightarrow t^2-1=\sin 2x$

$(1)\Rightarrow 5(t^2-1)-16t+16=0$

$$\Rightarrow 5t^2-16t+11=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\left(\text{nhận}\right)\\ t=\frac{11}{5}\left(\text{loại}\right)\end{array}\right.$$

Suy ra : $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Rightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy ta chọn C

Bài 135. Ta có: $5\sin 2x+12(\sin x-\cos x)+12=0\ (1)$

Đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right), |t|\le\sqrt{2}$

$\Rightarrow t^2=(\sin x-\cos x)^2\Rightarrow\sin 2x=1-t^2$

$(1)\Rightarrow 5(1-t^2)+12t+12=0$

$\Rightarrow 5t^2-12t-17=0$. Phương trình này có dạng $a-b+c=0$ nên có nghiệm $t_1=-1$, $t_2=\frac{-c}{a}=\frac{17}{5}$ nghiệm $t_2=\frac{17}{5}$ loại vì $|t|\le\sqrt{2}$

Vậy $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-1\Rightarrow\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy ta chọn B.

Bài 136. Ta có: $6(\sin x-\cos x)+\sin x.\cos x+6=0\ (1)$

Đặt $t=\sin x-\cos x=-\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right), |t|<\sqrt{2}\Rightarrow\frac{1-t^2}{2}=\sin x.\cos x$

Do đó : (1) $\Leftrightarrow 6t + \frac{1 - t^2}{2} + 6 = 0$

$\Leftrightarrow t^2 - 12t - 13 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1(\text{nhận}) \\ t = 13(\text{loại}) \end{array}\right.$

Vậy $-\sqrt{2}.\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy chọn đáp án B.

Bài 137. Ta có $(1 + \cos x)(1 + \sin x) = 2$

$\Leftrightarrow 1 + (\sin x + \cos x) + \cos x.\sin x = 2$ (1)

Đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right), |t| \le \sqrt{2} \Rightarrow \frac{t^2 - 1}{2} = \sin x.\cos x$

Do đó. (1) $\Leftrightarrow 1 + t + \frac{t^2 - 1}{2} = 2$

$\Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1(\text{nhận}) \\ t = -3(\text{loại}) \end{array}\right.$

Vậy $\sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Vậy ta chọn D

Bài 138. Ta có : $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \tan x + \cot x$ (1)

Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(\sin x + \cos x).\cos x.\sin x = \sin^2 x + \cos^2 x$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(\sin x + \cos x).\cos x.\sin x = 1$

Đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), |t| \le \sqrt{2} \Rightarrow \frac{t^2 - 1}{2} = \sin x.\cos x$

Khi đó phương trình trở thành: $\sqrt{2}t\frac{t^2 - 1}{2} = 1 \Leftrightarrow t^3 - t - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow (t - \sqrt{2})(t^2 + \sqrt{2}t + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \sqrt{2} \\ t^2 + \sqrt{2}t + 1 = 0 \text{vô nghiệm} \end{array}\right. \Leftrightarrow t = \sqrt{2}$

Vậy $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1.$

Vậy ta chọn A

Bài 139. Ta có : $\sin x + \sin 5x + \sin 9x = 0$ (1)

$\Leftrightarrow \sin 9x + \sin x + \sin 5x = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin 5x\cos 4x + \sin 5x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x(2\cos 4x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 5x = 0\\ 2\cos 4x + 1 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 5x = 0\\ \cos 4x = -\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Do $0 < x < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 4x < 2\pi \Rightarrow \cos 4x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}4x = \dfrac{2\pi}{3}\\ 4x = \dfrac{4\pi}{3}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6}\\ x = \dfrac{\pi}{3}\end{array}\right.$

Ta còn lại : $\sin 5x = 0 \Leftrightarrow 5x = k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{5}$

Do $0 < x < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < k < \dfrac{5}{2}$ và $k \in \mathbb{Z}$

Nên ta chọn k = 1, k = 2. Vậy nghiệm của (1) $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{5}\\ x = \dfrac{2\pi}{5}\end{array}\right.$

Tóm lại (1) có nghiệm $x = \dfrac{\pi}{5}; \dfrac{2\pi}{5}; \dfrac{\pi}{6}; \dfrac{\pi}{3}$.

Vậy ta chọn A

Bài 140. Ta có : $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$

$\Leftrightarrow (\cos 4x + \cos x) + (\cos 3x + \cos 2x) = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos\dfrac{5x}{2}.\cos\dfrac{3x}{2} + 2\cos\dfrac{5x}{2}.\cos\dfrac{x}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \cos\dfrac{5x}{2}\left(\cos\dfrac{3x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2\cos\dfrac{5x}{2}.\cos x.\cos\dfrac{x}{2} = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\dfrac{5x}{2} = 0\\ \cos x = 0\\ \cos\dfrac{x}{2} = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{5x}{2} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ \dfrac{x}{2} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{5} + \dfrac{k2\pi}{5}\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \pi + k2\pi\end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

- Với $x = \dfrac{\pi}{5} + \dfrac{k2\pi}{5}$ và $-\pi < x < \pi \Rightarrow -\pi < \dfrac{\pi}{5} + \dfrac{k2\pi}{5} < \pi$

  $\Rightarrow -\dfrac{6\pi}{5} < \dfrac{k2\pi}{5} < \dfrac{4\pi}{5} \Rightarrow -3 < k < 2$ và do $k \in \mathbb{Z}$

  Nên ta chọn k = –2; –1; 0; 1 ⇒ ta được nghiệm là :

  $x = -\dfrac{3\pi}{5}; x = -\dfrac{\pi}{5}, x = \dfrac{\pi}{5}, x = \dfrac{3\pi}{5}$ (a)

- Với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $-\pi < x < \pi \Rightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi$

  $\Rightarrow -\frac{3\pi}{2} < k\pi < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} < k < \frac{1}{2}$ do $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $k = -1$, $k = 0$

  $\Rightarrow$ nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$ (b)

- Với $x = \pi + k2\pi$ không chọn được nghiệm thoả mãn $-\pi < x < \pi$.

  Tóm lại: (a) và (b) phương trình có 5 nghiệm. **Vậy ta chọn C**

Bài 141. Ta có: $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1-\cos 4x}{2} + \frac{1-\cos x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x + \cos 2x + \cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 4x\cos 2x + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x(2\cos 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 4x = 0 \\ 2\cos 2x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

- Do $0 < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < 2x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos 2x > 0$ nên $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ bị loại
- Do $0 < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < 4x < \pi \Rightarrow \cos 4x = 0$ khi $4x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$

Vậy ta chọn B.

Bài 142. $\cos^2 4x + \cos^2 3x + \cos^2 2x + \cos^2 x = 2$.

$$\Leftrightarrow \frac{1+\cos 8x}{2} + \frac{1+\cos 6x}{2} + \frac{1+\cos 4x}{2} + \frac{1+\cos 2x}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow (\cos 8x + \cos 2x) + (\cos 6x + \cos 4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 5x.\cos 3x + 2\cos 5x.\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 5x(\cos 3x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos 5x.\cos 2x.\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 5x = 0 \\ \cos 2x = 0 \\ \cos x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn D

Bài 143. Ta có: $\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$ (1). Điều kiện : $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 2(\sin 2x + \cos 2x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 2\sin x.\cos x(\sin 2x + \cos 2x)$$

$\Leftrightarrow 1 = \sin 2x(\sin 2x + \cos 2x) \Leftrightarrow 1 - \sin^2 2x - \sin 2x.\cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \cos^2 2x - \sin 2x.\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \cos 2x = \sin 2x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \tan 2x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}\\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn B.

Bài 144. Ta có: $\sin 2x - \sin x + 2\cos x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin x.\cos x + 2\cos x - (\sin x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x + 1 = 0\\ 2\cos x - 1 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = -1\\ \cos x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Do $-\pi < x < 0 \Rightarrow$ nên $\sin x = -1$ có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{2}$

Do $-\pi < x < 0$ nên $\cos x = \frac{1}{2}$ có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{3}$

Vậy ta chọn B.

Bài 145. Ta có: $\cos x(\cos 4x + 2) + \cos 2x.\cos 3x = 0$ (1)

$\Leftrightarrow \cos x(2\cos^2 2x - 1 + 2) + \cos 2x(4\cos^3 x - 3\cos x) = 0$

$\Leftrightarrow \cos x(2\cos^2 2x + 1) + \cos x.\cos 2x(4\cos^2 x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow \cos x\,[2\cos^2 2x + 1 + \cos 2x(4\cos^2 x - 3)] = 0$

$\Leftrightarrow \cos x\,[2\cos^2 2x + 1 + \cos 2x(2.(1 + \cos 2x) - 3)] = 0$

$\Leftrightarrow \cos x(4\cos^2 2x - \cos 2x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ 4\cos^2 2x - \cos 2x + 1 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ \text{vô nghiệm}\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Do $-\pi < x < \pi \Rightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi \Rightarrow -\frac{3\pi}{2} < k\pi < \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow -\frac{3}{2} < k < \frac{1}{2}$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $k = -1, k = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm

Vậy ta chọn D.

Bài 146. Ta có $\sin\frac{x}{2}.\sin x - \cos\frac{x}{2}.\sin^2 x + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \sin\frac{x}{2}.\sin x - \cos\frac{x}{2}.\sin^2 x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$

$\Leftrightarrow \sin\frac{x}{2}.\sin x - \cos\frac{x}{2}.\sin^2 x - \sin x = 0$

$$\Leftrightarrow \sin x\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\sin x - 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sin x = 0 & (a) \\ \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}.\sin x - 1 = 0 & (b) \end{array}\right.$$

- Giải (a): $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

  Do $x \in [0, 2\pi] \Rightarrow 0 \le k\pi \le 2\pi \Rightarrow 0 \le k \le 2$ và $k \in \mathbb{Z}$.

  Ta chọn $k = 0; 1; 2 \Rightarrow$ nghiệm (a): $x = 0$, $x = \pi$, $x = 2\pi$

- Giải (b): $\Leftrightarrow \sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}2\sin\frac{x}{2}.\cos\frac{x}{2} - 1 = 0$

  $$\Leftrightarrow \sin\frac{x}{2} - 2\sin\frac{x}{2}\left(1 - \sin^2\frac{x}{2}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow 2.\sin^3\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} - 1 = 0$$

  Đặt $t = \sin\frac{x}{2}, |t| \le 1$, khi đó ta được phương trình: $2t^3 - t - 1 = 0$

  $$(t - 1)(2t^2 + 2t + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ 2t^2 + 2t + 1 = 0 (VN) \end{array}\right.$$

- $t = 1 \Rightarrow \sin\frac{x}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow x = \pi + k4\pi$

  Do $x \in [0, 2\pi]$ nên ta có nghiệm $x = \pi$

  Tóm lại (1) có 3 nghiệm : $x = 0$, $x = \pi$, $x = 2\pi$.

Vậy ta chọn D.

CHƯƠNG II. TỔ HỢP – XÁC XUẤT

§1. QUY TẮC ĐẾM

Bài 147. Có 10 cách chọn một quả cầu trắng và 5 cách chọn một quả cầu đen.

Vậy cách chọn một trong các quả cầu ấy là 10 + 5 = 15 (cách)

Vậy ta chọn B

Bài 148. Số cách chọn một trong 10 quyển sách toán là 10 (cách)

Số cách chọn một trong 5 quyển sách lý là 10 (cách)

Vậy số cách chọn một quyển toán và một quyển lý để tặng bạn là :

10 × 5 = 50 (cách) .

Vậy ta chọn A

Bài 149. Nếu gọi $\overline{x}$ là số tự nhiên gồm một chữ số thì $\overline{x} = 1$ hoặc $\overline{x} = 2$ hoặc $\overline{x} = 3$ hoặc $\overline{x} = 4$ hoặc $\overline{x} = 5$ hoặc $\overline{x} = 6$.

Vậy có 6 số tự nhiên gồm một chữ số.

Vậy ta chọn C

Bài 150. Số cách đi từ A đến B là 3 cách

Số cách đi từ B đến C là 4 cách

Số cách đi từ C đến D là 2 cách

Vậy số cách đi từ A đến D và phải qua B và C chỉ một lần là :

3 × 4 × 2 = 24 cách .

Vậy ta chọn C.

Bài 151. Số cách chọn 1 trong 4 quần tây là 4 cách

Số cách chọn 1 trong 5 áo sơ mi là 5 cách

Số cách chọn 1 trong 2 đôi giầy là 2 cách

Vậy số cách chọn một bộ quần áo và một đôi giầy để đi dự tiệc là:

4 × 5 × 2 = 40 cách

Vậy ta chọn D.

Bài 152. Vì đề bài không yêu cầu 2 chữ số phải khác nhau nên nếu gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên cần tìm thì:

Số cách chọn 1 trong 5 chữ số cho vị trí a là 5 cách

Số cách chọn 1 trong 5 chữ số cho vị trí b là 5 cách

Vậy số các số gồm 2 chữ số là 5 . 5 = 25 (số). **Vậy ta chọn A**

Bài 153 Số học sinh đăng kí học tự chọn ít nhất một môn là

30 – 5 = 25 (học sinh)

Tổng số hai danh sách đăng kí học tự chọn 2 môn toán và lý là

20 + 15 = 35 (học sinh)

Vậy số học sinh đăng kí học cả hai môn tự chọn toán và lý là:

35 – 25 = 10 (học sinh). **Vậy chọn B**

Bài 154. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$

Theo giả thiết a, b, c là 3 chữ số khác nhau đôi một. Do đó:

- Số cách chọn 1 trong 4 chữ số cho vị trí a là 4 (cách)
- Số cách chọn 1 trong 3 chữ số còn lại cho vị trí b là 3 (cách)
- Số cách chọn 1 trong 2 chữ số còn lại cho vị trí c là 2 (cách)

Vậy số các số có 3 chữ số khác nhau là : 4.3.2 = 24 (số)

Vậy ta chọn D.

Bài 155. Có 30 cách chọn 1 học sinh lớp 11A và 32 cách chọn 1 học sinh lớp 11B

Vậy số cách chọn 1 học sinh từ 2 lớp trên là: 30 + 32 = 62 (cách)

Vậy ta chọn A

Bài 156. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{x} = \overline{ab}$

Vì $\overline{x}$ là số chẵn nên b = 2

Khi đó a được chọn một trong các chữ số 1, 2, 3, 5, 7, 9 (vì a và b không nhất thiết khác nhau)

Suy ra a có 6 cách chọn

Nghĩa là có 6 số tự nhiên chẵn gồm 2 chữ số

Vậy ta chọn D.

Bài 157. Đây là bài toán "mẹo" vì giả thiết cho dư 10 quả cầu trắng và 10 quả cầu đen nhằm làm "lệch hướng suy nghĩ". Thực chất là chỉ cần chọn 1 trong 10 quả cầu đỏ thì có 10 cách chọn theo yêu cầu bài toán. Bài toán này thường xuất hiện trong bài toán xác suất, do vậy các em cần lưu ý.

Vậy ta chọn C

Bài 158. Số cách chọn 1 trong 5 bông hồng là 5 (cách)

Số cách chọn 1 trong 5 bông lan là 5 (cách)

Số cách chọn 1 trong 5 bông cúc là 5 (cách)

Vậy số cách chọn mỗi loại 1 bông là: 5 × 5 × 5 = 125 (cách)

Vậy ta chọn B.

Bài 159. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$

Vì $a \neq 0$ nên a chỉ có thể chọn 1 trong các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Do đó số cách chọn cho vị trí a là 5 (cách)

Vì a, b, c không nhất thiết khác nhau nên .

Số cách chọn cho vị trí b là 6 (cách)

Số cách chọn cho vị trí c là 6 (cách)

Vậy số các số tự nhiên gồm 3 chữ số là : 5 × 6 × 6 = 180 (số)

Vậy ta chọn A.

Bài 160. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{x} = \overline{abc}$

Vì $\overline{x}$ là số lẻ nên $c \in \{3, 5\}$. Do đó

Số cách chọn cho vị trí c là 2 (cách)

Vì a, b, c không nhất thiết khác nhau nên

Số cách chọn cho vị trí a là 5 (cách)

Số cách chọn cho vị trí b là 5 (cách)

Vậy số các số tự nhiên lẻ gồm 3 chữ số là: $2 \times 5 \times 5 = 50$ (số)

Vậy ta chọn C

Bài 161. Gọi số cần tìm là $\overline{x}$

Vì $\overline{x} < 100$ nên $\overline{x}$ chỉ có 2 trường hợp

- Trường hợp 1: $\overline{x} = \overline{a}$

  Ta có $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow$ có 5 số $\overline{x}$

- Trường hợp 2 : $\overline{x} = \overline{ab}$

  Ta có : $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow$ có $5.5 = 25$ số $\overline{x}$

Vậy số các số tự nhiên nhỏ hơn 100 là: $5 + 25 = 30$ (số)

Vậy ta chọn B.

Bài 162. Gọi số cần tìm là $\overline{x}$

Vì $\overline{x}$ bắt đầu bởi 123 nên $\overline{x}$ có dạng $\overline{123abc}$

Vì 6 chữ số khác nhau nên $a, b, c \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$

Số cách chọn vị trí a là 7 (cách)

Số cách chọn cho vị trí b là 6 (cách)

Vì $c \neq a$ và $c \neq b$ nên số cách chọn cho vị trí c là 5 (cách)

Vậy số các số tự nhiên bắt đầu từ 123 là: $7 \times 6 \times 5 = 210$ (số)

Vậy ta chọn D.

Bài 163. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{x} = \overline{abcd}$

Vì $\overline{x}$ chia hết cho 5 nên $d \in \{0, 5\}$

Ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1 : $d = 0$

Suy ra : $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Vì a, b, c khác nhau đôi một nên

Số cách chọn cho vị trí a là 5 (cách)

Số cách chọn cho vị trí b là 4 (cách)

Số cách chọn cho vị trí c là 3 (cách)

Suy ra trường hợp 1 có $5 \times 4 \times 3 = 60$ (số)

Trường hợp 2: $d = 5$

Suy ra $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Vì $a \neq 0$ nên số cách chọn cho vị trí a là 4 (cách)

Vì a, b, c khác nhau đôi một nên

Số cách chọn cho vị trí b là 4 (cách)

Số cách chọn cho vị trí c là 3 (cách)

Suy ra trường hợp 2 có : $4 \times 4 \times 3 = 48$ (số)

Vậy số các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 là:

$60 + 48 = 108$ (số)

Vậy ta chọn A.

Bài 164. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{x} = \overline{abc}$

Vì $\overline{x}$ chia hết cho 2 nên $c \in \{0, 2\}$

Ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $c = 0$

Suy ra: $a, b \in \{1, 2, 3, 5\}$

Vì a, b,c khác nhau đôi một nên

Số cách chọn cho vị trí a là 4 (cách)

Số cách chọn cho vị trí b là 3 (cách)

Suy ra trường hợp 1 có $4 \times 3 = 12$ (số)

Trường hợp 2: $c = 2$. Suy ra $a, b \in \{0, 1, 3, 5\}$

Vì $a \neq 0$ nên số cách chọn cho vị trí a là 3 (cách)

Vì $b \neq a$ nên số cách chọn cho vị trí b là 3 (cách)

Suy ra trường hợp 2 có : $3 \times 3 = 9$ (số)

Vậy số các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 2 là:

$$12 + 9 = 21 \text{ (số)}$$

Vậy ta chọn B

Bài 165. Có 5 cách để chọn trong 5 người ngồi vào ghế thứ 1

Có 4 cách để chọn 1 trong 4 người còn lại ngồi vào ghế thứ 2.

Có 3 cách để chọn 1 trong 3 người còn lại ngồi vào ghế thứ 3.

Có 2 cách để chọn 1 trong 2 người còn lại ngồi vào ghế thứ 4.

Và có 1 cách để 1 người còn lại ngồi vào

Vậy số cách xếp 5 người vào 5 ghế là : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (cách)

Vậy ta chọn D.

Bài 166. Người thứ 1 có 7 cách để chọn ngồi vào 1 trong 7 ghế

Người thứ 2 có 6 cách để chọn ngồi vào 1 trong 6 ghế còn lại

Người thứ 3 có 5 cách để chọn ngồi vào 1 trong 5 ghế còn lại

Người thứ 4 có 4 cách để chọn ngồi vào 1 trong 4 ghế còn lại

Vậy số cách xếp 4 người vào 7 ghế là: $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ (cách)

Vậy ta chọn C.

§2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

Bài 167:

Điều kiện xác định của P_m là $m \in \mathbb{N}$ và $m \geq 1$

Do đó: P_{3-n} có điều kiện xác định là: $\begin{cases} 3-n \in \mathbb{N} \\ 3-n \geq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-n \in \mathbb{N} \\ n \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow n \in \{\ldots-3,-2,-1,0,1,2\} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{Z} \\ n \leq 2 \end{cases}$$

Vậy chọn C

Bài 168:

Điều kiện xác định của A_n^k là $1 \leq k \leq n$

Vậy chọn D

Bài 169:

Điều kiện xác định của C_n^k là $0 \leq k \leq n$

Vậy chọn D

Bài 170:

- $A_{n^2+2n-3}^{n^2+3n}$ điều kiện cần là $n^2 + 2n - 3 \geq n^2 + 3n \Rightarrow n \leq -3$ điều này mâu thuẫn vì giả thiết cho $n \in \mathbb{N}$. Vậy A sai
- $A_{n-n^2}^3$. Ta có $n - n^2 = \frac{1}{4} - (n - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4}$ điều này mâu thuẫn với điều kiện $n - n^2 \geq 3$. Vậy B sai
- $A_{\frac{2n+1}{2}}^4$. Ta có $2n + 1$ là số tự nhiên lẻ do đó $2n + 1$ không chia hết cho 2. Nghĩa là $\frac{2n+1}{2} \notin \mathbb{N}$. Vậy D sai
- $A_{n^2-2n+3}^{n^2-2n+2}$. Rõ ràng $n^2 - 2n + 3 > n^2 - 2n + 2$

  và $n^2 - 2n + 2 = (n-1)^2 + 1 \geq 1$

  Do đó: $1 \leq n^2 - 2n + 2 < n^2 - 2n + 3$. Vậy C đúng

Vậy chọn C

Bài 171: Điều kiện xác định của $A_{n^2-5n+7}^{n-1}$ là: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n-1 \geq 1 \\ n^2 - 5n + 7 \geq n - 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \\ n^2 - 6n + 8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \\ n \leq 2 \text{ hay } n \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n = 2 \vee n \geq 4 \end{cases}.$$

Vậy chọn D

Bài 172:

Điều kiện xác định của $C_{2n^2+3n}^{n^2+n}$ là:

$$\begin{cases} n^2+n, 2n^2+3n \in \mathbb{N} \\ n^2+n \ge 0 \\ 2n^2+3n \ge n^2+n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2+n, 2n^2+3n \in \mathbb{N} \\ n \le -1 \text{ hay } n \ge 0 \\ n^2+2n \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n^2+n, 2n^2+3n \in \mathbb{N} \\ n \le -1 \text{ hay } n \ge 0 \\ n \le -2 \text{ hay } n \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2+n, 2n^2+3n \in \mathbb{N} \\ n \le -2 \text{ hay } n \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{Z} \\ n \le -2 \text{ hay } n \ge 0 \end{cases}$$

Vậy chọn B

Bài 173: Ta có: $1! + n! = 2! \Leftrightarrow 1 + n! = 2 \Leftrightarrow n! = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 1 \end{array}\right.$

Lưu ý: $0! = 1$

Vậy chọn C

Bài 174:

Điều kiện $n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 2$. Khi đó: $n! = 2!(n-2)!$

$\Leftrightarrow (n-2)!(n-1)n = 2(n-2)! \Leftrightarrow (n-1)n = 2 \Leftrightarrow n^2 - n - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -1 \text{ (loại)} \\ n = 2 \text{ (nhận)} \end{array}\right.$$

Vậy chọn A

Bài 175:

Điều kiện: $n \ge 2$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_n^2 = 72 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!} = 72$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!} = 72 \Leftrightarrow (n-1)n = 9.8 \Leftrightarrow n = 9$

Vậy chọn C

Bài 176:

Điều kiện $n \ge 4$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_n^4 = 30A_n^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-4)!} = 30.\dfrac{n!}{(n-2)!} \Leftrightarrow \dfrac{1}{(n-4)!} = 30.\dfrac{1}{(n-4)!(n-3)(n-2)}$

$\Leftrightarrow (n-3)(n-2) = 30 = 5.6 \Leftrightarrow n = 8$

Vậy chọn A

Bài 177:

Đều kiện $n \geq 2$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$

$$\Leftarrow 3.\frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(2n)!}{(2n-2)!} + 42 = 0 \Leftrightarrow 3(n-1)n - (2n-1)2n + 42 = 0$$

$$\Leftarrow 3n^2 - 3n - 4n^2 + 2n + 42 = 0 \Leftrightarrow n^2 + n - 42 = 0$$

$\Leftarrow n = 6$ hay $n = -7$ (loại)

Vậy chọn D

Bài 178:

Đều kiện $n \geq 5$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $C_n^5 = 17C_n^4$

$$\Leftarrow \frac{n!}{5!(n-5)!} = 17.\frac{n!}{4!(n-)!} \Leftrightarrow \frac{1}{4!5(n-5)!} = 17.\frac{1}{4!(n-5)!(n-4)}$$

$$\Leftarrow \frac{1}{5} = \frac{17}{n-4} \Leftrightarrow n = 89$$

Vậy chọn B

Bài 179:

Đều kiện $n \geq 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = \frac{7n}{2}$

$$\Leftarrow \frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{7n}{2}$$

$$\Leftarrow \frac{(n-1)!n}{(n-1)!} + \frac{(n-2)!(n-1)n}{2(n-2)!} + \frac{(n-3)!(n-2)(n-1)n}{6(n-3)!} = \frac{7n}{2}$$

$$\Leftarrow n + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{7n}{2}$$

$$\Leftarrow 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{6} = \frac{7}{2} \text{(vì } n \geq 3\text{)} \Leftrightarrow n^2 = 16$$

$\Leftarrow n = 4$ (vì $n \geq 3$)

Vậy chọn D

Bài 180:

Đều kiện $5 \leq n \leq 10$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $C_{n+10}^{n+4} = C_{n+10}^{2n-10}$

$$\Leftarrow \left[\begin{array}{l} n + 4 = 2n - 10 \\ (n+4) + (2n-10) = n + 10 \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 14 \text{ hay } n = 8$$

Vậy chọn A

Chú ý: Áp dụng công thức $C_n^k = C_n^{n-k}$. Do đó: $C_n^a = C_n^b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ a + b = n \end{array}\right.$

Bài 181:

Điều kiện $n \geq 2$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_n^2 C_n^{n-1} = 48 \Leftrightarrow A_n^2 C_n^1 = 48$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{n!}{1!(n-1)!} = 48 \Leftrightarrow \frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!n}{(n-1)!} = 48$$

$$\Leftrightarrow n.n.(n-1) = 48 \quad (*) \quad \Leftrightarrow \quad n^3 - n^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow n = 4$$

Vậy chọn B

Nhận xét: Ta viết lại phương trình (*) như sau: $n.n(n-1) = 4.4.3$

Từ đó ta thấy ngay $n = 4$

Bài 182:

Điều kiện $n \geq 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$

$$\Leftrightarrow A_n^3 + C_n^2 = 14n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 14n$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-3)!(n-2)(n-1)n}{(n-3)!} + \frac{(n-2)!(n-1)n}{2(n-2)!} = 14n$$

$$\Leftrightarrow (n-2)(n-1) + \frac{n-1}{2} = 14 \quad (\text{vì } n \geq 3)$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 5n - 25 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \\ n = -\frac{5}{2} (\text{loại}) \end{array}\right.$$

Vậy chọn A

Bài 183:

Điều kiện $n \geq 4$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_n^3 - 2C_n^4 = 3A_n^2$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} - 2\frac{n!}{4!(n-4)!} = 3\frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n-4)!(n-3)} - 2\frac{1}{24(n-4)!} = 3\frac{1}{(n-4)!(n-3)(n-2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n-3} - \frac{1}{12} = \frac{3}{(n-3)(n-2)}$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 17n + 66 = 0 \Leftrightarrow n = 11 \text{ hay } n = 6$$

Vậy chọn C

Bài 184:

Điều kiện $n \geq 6$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $\frac{P_{n+3}}{P_{n-5}} = 720 A_n^5$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+3)!}{(n-5)!} = 720\frac{n!}{(n-5)!} \Leftrightarrow n!(n+1)(n+2)(n+3) = 720n!$$

$$\Leftrightarrow (n+1)(n+2)(n+3) = 8.9.10 \Leftrightarrow n = 7$$

Vậy chọn A

Bài 85:

Đều kiện $n \geq 2$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $\dfrac{P_n - P_{n-1}}{P_{n+1}} = \dfrac{1}{6} \Leftrightarrow \dfrac{n! - (n-1)!}{(n+1)!} = \dfrac{1}{6}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n-1)!n - (n-1)!}{(n-1)!n(n+1)} = \dfrac{1}{6} \Leftrightarrow \dfrac{n-1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{6} \Leftrightarrow n^2 - 5n + 6 = 0$

$\Leftrightarrow n = 2$ hay $n = 3$

Vậy chọn D

Bài 86:

Đều kiện $n \geq 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_n^3 + 3A_n^2 = \dfrac{1}{2}P_{n+1}$

$\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!} + 3\dfrac{n!}{(n-2)!} = \dfrac{1}{2}(n+1)!$

$\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!} + 3\dfrac{n!}{(n-2)!} = \dfrac{1}{2}n!(n+1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{(n-3)!} + \dfrac{3}{(n-2)!} = \dfrac{1}{2}(n+1)$

$\Leftrightarrow 2(n-2)! + 6(n-3)! = (n-3)!(n-2)!(n+1)$

$\Leftrightarrow 2(n-3)!(n-2) + 6(n-3)! = (n-3)!(n-2)!(n+1)$

$\Leftrightarrow 2(n-2) + 6 = (n-2)!(n+1) \Leftrightarrow 2(n+1) = (n-2)!(n+1)$

$\Leftrightarrow 2 = (n-2)!$ (vì $n \geq 3$)

$\Leftrightarrow n - 2 = 2 \Leftrightarrow n = 4$

Vậy chọn C

Bài 87:

Điều kiện $1 \leq k \leq n$ và $n, k \in \mathbb{N}$. Ta có: $\begin{cases} C_n^k = 6 & (1) \\ A_n^k = 12 & (2) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{A_n^k}{k!} = 6 \Leftrightarrow \dfrac{12}{k!} = 6 \Leftrightarrow k! = 2 \Leftrightarrow k = 2$

$(2) \Leftrightarrow A_n^2 = 12 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!} = 12 \Leftrightarrow \dfrac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!} = 12$

$\Leftrightarrow n^2 - n - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 4 \\ n = -3 \text{(loại)} \end{array}\right.$

Vậy ta chọn A

Bài 88:

Điều kiện $n \geq k + 1$, $k \geq 1$ và $n, k \in \mathbb{N}$.

Tacó: $\begin{cases} C_n^k - C_n^{k+1} = 0 & (1) \\ 4C_n^k - 5C_n^{k-1} = 0 & (2) \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow C_n^k = C_n^{k+1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = k+1 \ \text{(loại)} \\ k + k + 1 = n \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 2k+1$$

$$(2) \Leftrightarrow 4C_n^k = 5C_n^{k-1} \Leftrightarrow 4C_{2k+1}^k = 5C_{2k+1}^{k-1}$$

$$\Leftrightarrow 4\frac{(2k+1)!}{k!(k+1)!} = 5\frac{(2k+1)!}{(k-1)!(k+2)!}$$

$$\Leftrightarrow 4\frac{1}{(k-1)!k(k+1)!} = 5\frac{1}{(k-1)!(k+1)!(k+2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{k} = \frac{5}{k+2} \Leftrightarrow k = 8 \Rightarrow n = 17$$

Vậy chọn B

Bài 189:

Điều kiện $1 \le y \le x$ và $x, y \in \mathbb{N}$. Ta có: $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y + 2C_x^y = 120 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A_x^y = 20 \ (1) \\ C_x^y = 10 \ (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \frac{A_x^y}{y!} = 10 \Leftrightarrow \frac{20}{y!} = 10 \Leftrightarrow y! = 2 \Leftrightarrow y = 2$$

$$(1) \Leftrightarrow A_x^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 20 \Leftrightarrow \frac{(x-2)!(x-1)x}{(x-2)!} = 20$$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow x = -4$ hay $x = 5$

$\Leftrightarrow x = 5$ (vì $x \ge 1$) (thỏa ĐK)

Vậy chọn B

Bài 190:

Điều kiện $x \ge 3$ và $x \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_x^3 + 5A_x^2 \le 21x$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} + 5\frac{x!}{(x-2)!} \le 21x$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-3)!(x-2)(x-1)x}{(x-3)!} + 5\frac{(x-2)!(x-1)x}{(x-2)!} \le 21x$$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1) + 5(x-1) \le 21$ (vì $x \ge 3$)

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 \le 0 \Leftrightarrow -6 \le x \le 4 \Leftrightarrow 3 \le x \le 4$ (vì $x \ge 3$)

$\Leftrightarrow x = 3, x = 4$ (vì $x \in \mathbb{N}$)

Vậy chọn D

Bài 191:

Điều kiện $x \ge 3$ và $x \in \mathbb{N}$. Ta có: $A_x^3 + 2C_x^{x-2} \le 9x$

$$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} + 2\frac{x!}{(x-2)!2!} \le 9x$$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-3)!(x-2)(x-1)x}{(x-3)!} + \dfrac{(x-2)!(x-1)x}{(x-2)!} \le 9x$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1) + (x-1) \le 9$ (vì $x \ge 3$)

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 4$

$\Leftrightarrow 3 \le x \le 4$ (vì $x \ge 3$)

$\Leftrightarrow x = 3$ hay $x = 4$ (vì $x \in \mathbb{N}$)

Vậy chọn D

Bài 92:

Điều kiện $x \ge 3$ và $x \in \mathbb{N}$. Ta có: $\dfrac{1}{2}A_{2x}^2 - A_x^2 \le \dfrac{6}{x}C_x^3 + 10$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.\dfrac{(2x)!}{(2x-2)!} - \dfrac{x!}{(x-2)!} \le \dfrac{6}{x}.\dfrac{x!}{3!(x-3)!} + 10$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\dfrac{(2x-2)!(2x-1)2x}{(2x-2)!} - \dfrac{(x-2)!(x-1)x}{(x-2)!} \le \dfrac{6}{x}\dfrac{(x-3)!(x-2)(x-1)x}{6(x-3)!} + 10$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(2x-1)2x - (x-1)x \le (x-2)(x-1) + 10$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x - x^2 + x \le x^2 - 3x + 2 + 10 \Leftrightarrow x \le 4$

$\Leftrightarrow 3 \le x \le 4$ (vì $x \ge 3$)

$\Leftrightarrow x = 3$ hay $x = 4$ (vì $x \in \mathbb{N}$)

Vậy chọn A

Bài 93:

Điều kiện $0 \le m \le 11$ và $m \in \mathbb{N}$. Ta có: $C_{13}^m < C_{13}^{m+2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{13!}{m!(13-m)!} < \dfrac{13!}{(m+2)!(11-m)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{m!(11-m)!(12-m)(13-m)} < \dfrac{1}{m!(m+1)(m+2)(11-m)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{(12-m)(13-m)} < \dfrac{1}{(m+1)(m+2)}$

$\Leftrightarrow m + 1)(m + 2) < (12 - m)(13 - m)$ (vì $0 \le m \le 11$)

$\Leftrightarrow n^2 + 3m + 2 < m^2 - 25m + 156 \Leftrightarrow m < \dfrac{11}{2} \Leftrightarrow 0 \le m \le 5$

$\Leftrightarrow n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Vậy chọn C

Bài 94:

Điều kiện $x \ge 2, y \ge 0, x > y$ và $x, y \in \mathbb{N}$. Ta có: $\dfrac{A_{x+1}^{y+1}.P_{x-y}}{P_{x-1}} = 72$

$\Leftrightarrow A_{x+1}^{y+1}.P_{x-y} = 72P_{x-1} \Leftrightarrow \dfrac{(x+1)!}{(x-y)!}(x-y)! = 72(x-1)!$

$\Leftrightarrow (x+1)! = 72(x-1)! \Leftrightarrow (x-1)!x(x+1) = 72(x-1)!$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 72 = 0 \Leftrightarrow x = 8$ (vì $x \geq 2$)

Với $x = 8$ thì $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ (vì $y < x$ và $y \geq 0$)

Vậy chọn A

Bài 195:

Điều kiện $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ 1 \leq 7 - x \leq x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ 5 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \quad x \in \{5, 6\}$

Ta có: $f(5) = A_2^2 = 2$; $f(6) = A_3^1 = 3$

Vậy tập giá trị của hàm số là $\{2, 3\}$

Vậy chọn C

Bài 196:

Điều kiện $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ 0 \leq 2x - 8 \leq x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ 4 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \quad x \in \{4, 5.6\}$

Ta có: $f(4) = C_2^0 = 1$, $f(5) = C_3^2 = 3$, $f(6) = C_4^4 = 1$

Vậy tập giá trị của hàm số là : $\{1, 3\}$

Vậy chọn C

§3. DÙNG P_n, A_n^r, C_n^r ĐỂ ĐẾM

Bài 197. 5 học sinh tham gia văn nghệ là một tập hợp không có thứ tự. Do đó số cách chọn 5 học sinh từ 30 học sinh là số các tổ hợp chập 5 của 30 (học sinh).

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là C_{30}^5 (cách)

Vậy ta chọn B.

Bài 198. Số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau là một bộ 3 chữ số có thứ tự. Ví dụ : $561 \neq 651 \neq 165$ ...

Do đó số cách thành lập các số tự nhiên theo yêu cầu bài toán là số các chỉnh hợp chập 3 của 36 (chữ số): A_6^3

Vậy ta chọn A

Bài 199. Số cách tặng 5 quyển sách cho 5 học sinh giỏi và mỗi học sinh một quyển thực chất chính là số hoán vị của 5 quyển sách đó.

Do đó số cách tặng theo yêu cầu bài toán là P_5 (cách)

Vậy ta chọn C

Bài 200. Số cách cắm 4 bông hoa từ 10 bông hoa khác nhau vào 4 lọ khác nhau là một bộ 4 bông hoa có thứ tự .

Ví dụ: Gọi 4 bông hoa được chọn là A, B, C, D và 4 lọ hoa là α, β, γ, δ.

Hai cách cắm sau đây là khác nhau.

α	β	γ	δ
A	B	C	D

α	β	γ	δ
B	A	C	D

Do đó số cách cắm bông theo yêu cầu bài toán là A_{10}^4

Vậy ta chọn C.

Bài 201. Từ nhận xét một đoạn thẳng có được bằng cách nối 2 điểm và đoạn AB và đoạn BA là giống nhau, cho nên cách thành lập các đoạn thẳng từ 10 điểm trong đề bài là số cách chọn 2 điểm không có thứ tự từ 10 điểm đó.

Nghĩa là số cách thành lập các đoạn thẳng là số các tổ hợp chập 2 của 10 (điểm) C_{10}^2

Vậy ta chọn D

Bài 202. Từ 3 điểm không thẳng hàng ta có một tam giác và để ý các tam giác ABC, BCA, CAB, ... là giống nhau.

Do đó số tam giác có thể vẽ được là số cách chọn 3 điểm không có thứ tự từ 10 điểm của đề bài.

Vậy đáp số là C_{10}^3.

Vậy ta chọn D

Bài 203. Để có một vectơ ta cần có 2 điểm phân biệt và để ý hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$ là khác nhau.

Do vậy số cách thành lập các vectơ là số cách chọn 2 điểm có thứ tự từ 10 điểm của đề bài.

Nghĩa là số cách thành lập các vectơ là số các chỉnh hợp chập 2 của 10 điểm) A_{10}^2

Vậy ta chọn C

Bài 204. Từ 4 điểm nằm trong một mặt phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng ta thành lập được một tứ giác lồi và để ý các tứ giác lồi ABCD, BCDA, ... là giống nhau.

Do đó số tứ giác lồi là số cách chọn 4 điểm không có thứ tự từ 10 điểm của đề bài.

Nghĩa là có C_{10}^4 tứ giác cần tìm.

Vậy ta chọn A

Bài 205. Một đa giác có 10 cạnh thì có 10 đỉnh

Số đoạn thẳng được thành lập từ 10 đỉnh của đa giác là C_{10}^2

Số đường chéo của đa giác là số đoạn thẳng vừa tìm ở trên và bỏ đi số cạnh của đa giác.

Vậy số đường chéo cần tìm là : $C_{10}^2 - 10 = 35$ (đường chéo).

Vậy ta chọn B

Bài 206. Số cách dán 5 con tem vào 5 phong bì theo đề bài là số cách xếp có thứ tự 5 con tem vào 5 vị trí. Đó chính là số hoán vị của 5 phần tử.

Do đó đáp số là P_5.

Vậy ta chọn B

Bài 207. Gọi 3 cây viết được chọn là A, B, C thì A, B, C không có thứ tự, nghĩa là A, B, C hoặc B, A, C hoặc C, B, C, ... là giống nhau.

Do đó đáp số là C_{10}^{3}

Vậy ta chọn A.

Bài 208. Gọi 3 cây viết được chọn là A, B, C để tặng 3 người bạn là α, β, γ. Hai cách tặng sau là khác nhau:

α	β	γ
A	B	C

α	β	γ
B	A	C

Do đó cách chọn 3 cây viết là có thứ tự

Vậy đáp số là A_{10}^{3}

Vậy ta chọn B.

Bài 209. Số cách phân công 5 học sinh về 5 phường chính là số hoán vị của 5 học sinh đó.

Vậy đáp số là P_5 (cách)

Vậy ta chọn D

Bài 210. Đề bài chỉ yêu cầu chọn 3 học sinh làm ban cán sự lớp mà không phân công cụ thể công việc của 3 học sinh đó.

Do vậy 3 học sinh được chọn là không có thứ tự. Nghĩa là số cách chọn theo yêu cầu bài toán là C_{30}^{3} (cách)

Vậy ta chọn B.

Bài 211. Số cách chọn 2 trong 5 quả cầu trắng là C_5^2 (cách)

Số cách chọn 2 trong 5 quả cầu đen là C_5^2 (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là $C_5^2.C_5^2$ (cách).

Vậy ta chọn A

Bài 212.

Số cách chọn 6 trong 20 học sinh nam thi bóng chuyền là C_{20}^{6} (cách)

Số cách chọn 2 trong 10 học sinh nữ thi cầu lông là C_{10}^{2} (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là $C_{20}^{6}.C_{10}^{2}$ (cách)

Vậy ta chọn C

Bài 13. Số cách chọn 3 trong 20 học sinh nam thi toán là C_{20}^3 (cách)

Số cách chọn 2 trong 10 học sinh nữ thi lý, hoá là A_{10}^2 (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là $C_{20}^3A_{10}^2$ (cách)

Vậy ta chọn D.

Bài 14. Số cách chọn 2 trong 20 nam thi toán, lý là A_{20}^2 (cách)

Số cách chọn 2 trong 10 nữ thi hoá, sinh là A_{10}^2 (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là $A_{20}^2.A_{10}^2$ (cách)

Vậy ta chọn B

Bài 15.

Số cách chọn 3 trong 30 học sinh tham gia văn nghệ là C_{30}^3(cách)

Như vậy đã chọn được 3 học sinh và chỉ còn lại 27 học sinh

Số cách chọn 2 trong 27 học sinh còn lại để tham gia phong trào thể thao là C_{27}^2 (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là $C_{30}^3.C_{27}^2$ (cách)

Vậy ta chọn C

Bài 16. Số cách chọn 3 trong 30 học sinh thi toán, lý, hoá là A_{30}^3(cách)

Số cách chọn 2 trong 27 học sinh còn lại thi sinh vật là C_{27}^2 (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là $A_{30}^3.C_{27}^2$ (cách)

Vậy ta chọn B.

Bài 17. Lời giải trên khởi sai từ bước 4 vì:

Gọi A, B, C, ... là tên của 20 học sinh nam và a, b, c ... là tên của 10 học sinh nữ.

Xem một cách chọn sau

Bước 1: Chọn 1 học sinh nam là: B

Bước 2: chọn một học sinh nữ là : C

Bước 3: chọn 3 học sinh trong 28 học sinh còn lại là: D, A, a

Vậy 5 học sinh tham gia văn nghệ là: A, B, D, a, c

Xem một cách chọn khác với cách chọn trên như sau:

Bước 1: chọn 1 học sinh nam là A

Bước 2: chọn 1 học sinh nữ là a

Bước 3: chọn 3 học sinh trong 28 học sinh còn lại là : B, D, c

Vậy 5 học sinh tham gia văn nghệ là: A, B, D, a, c

Với lời giải trong đề toán đây là 2 cách chọn khác nhau, nhưng thực tế 2 cách này là 2 cách chọn giống nhau. Vì cho cùng một đáp số là 5 học sinh tên A, B, C, D, a, c. Do vậy ở bước 4 đã đếm "thừa" rất nhiều số với đáp số đúng của bài toán.

Ở đây cần chú ý: Hai cách chọn được gọi là khác nhau khi chúng chỉ cần khác nhau ở một bước thực hiện nào đó. Do vậy ngay bước 1 ở 3 bước chọn trên đủ để chứng tỏ 2 cách chọn đó là khác nhau. Nhưng thức tế 2 cách chọn lại giống nhau. Do đó lời giải sai ở bước 4.

Vậy ta chọn D

Qua bài toán trên, cần chú ý loại toán sau đây :

PHẢI CÓ MỘT PHẦN TỬ NÀO ĐÓ.

Trường hợp 1 : PHẦN TỬ PHẢI CÓ LÀ CỤ THỂ

- Cách 1: Đem phần tử đó ra để xếp trước
- Cách 2: Dùng phần bù.

Trường hợp 2: PHẦN TỬ PHẢI CÓ KHÔNG CỤ THỂ

- Cách 1: Chia trường hợp
- Cách 2: Dùng phần bù

Chú thích: Phần bù của bài toán là phần ngược lại với yêu cầu bài toán

Giải lại bài toán trên như sau:

Bài toán yêu cầu PHẢI CÓ nam và PHẢI CÓ nữ. PHẢI CÓ này là không cụ thể vì PHẢI CÓ nam là PHẢI CÓ người nào? Tên là gì? PHẢI CÓ nữ là PHẢI CÓ người nào ? Tên là gì ? (Ví dụ: PHẢI CÓ lớp trưởng thì PHẢI CÓ này là cụ thể vì ta xác định được "cụ thể" người phải có là lớp trương)

Do đó bài toán chỉ có 2 cách giải: hoặc chia trường hợp, hoặc dùng phần bù.

Cách 1: chia trường hợp

TH1 : 1 nam và 4 nữ:

Số cách chọn 1 trong 20 nam là 20 (cách)

Số cách chọn 4 trong 10 nữ là C_{10}^{4} (cách)

Suy ra TH1 có $20.\ C_{10}^{4} = 4200$ (cách)

TH2 : 2 nam và 3 nữ.

Số cách chọn 2 trong 20 nam là C_{20}^{2} (cách)

Số cách chọn 3 trong 10 nữ là C_{10}^{3} (cách)

Suy ra TH2 có $C_{20}^{2}.C_{10}^{3} = 22800$ (cách)

TH3: 3 nam và 2 nữ.

Tương tự ta có : $C_{30}^{3}.C_{10}^{2} = 51300$ (cách)

TH4 : 4 nam và 1 nữ

Tương tự ta có $C_{20}^{4}.10 = 48450$ (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là :

$4200 + 22800 + 51300 + 48450 = 126750$ (cách)

Đáp số đúng này nhỏ hơn nhiều so với đáp số sai

$20.10.C_{28}^{3} = 655200$ (cách)

Cách 2: Dùng phần bù.

- Số cách chọn 5 trong 30 học sinh (không phân biệt nam hay nữ) là: C_{30}^{5} (cách)
- Phần bù của phải có nam và nữ là: toàn bộ là nam hoặc toàn bộ là nữ
  - Số cách chọn 5 trong 20 nam là C_{20}^{5} (cách)
  - Số cách chọn 5 trong 10 nữ là C_{10}^{5} (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là:

$$C_{30}^{5} - \left(C_{20}^{5} + C_{10}^{5}\right) = 126750 \text{ (cách)}$$

Bài 218. Nhận xét: Phải có 1 chữ số là phải "cụ thể" là chữ số 1

Cách 1: Đem chữ số 1 xếp trước

- Số cách xếp chữ số 1 vào 1 trong 4 vị trí là : 4 (cách)
- Số cách xếp 4 chữ số còn lại vào 3 vị trí còn lại là A_{4}^{3} (cách)

Vậy số các số tự nhiên cần tìm là : $4.A_{4}^{3} = 96$ (số)

Cách 2: Dùng phần bù:

- Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau (không cần biết có hay không có chữ số 1) lấy từ {1, 2, 3, 4, 5} là $A_{5}^{4} = 120$ (số)
- Phần bù của tập các số phải có chữ số 1 là tập các số không có chữ số 1.

  Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau (và không có chữ số 1) lấy từ {2, 3, 4, 5} là $P_4 = 24$ (số)

  Vậy số các số tự nhiên cần tìm là: $120 - 24 = 96$ (số)

Vậy ta chọn A

Bài 219. Nhận xét : phải có chữ số lẻ là phải có không cụ thể vì phải có chữ số lẻ nào? Chữ số 1 hay chữ số 3 hay chữ số 5 ? Do đó ta dùng cách giải phần bù như sau:

- Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau (không cần biết có hay không có chữ số lẻ) lấy từ các chữ số {1, 2, 3, 4, 5, 6} là

  $A_{6}^{3} = 120$ (số)
- Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau (cả 3 chữ số đều chẵn) lấy từ {2, 4, 6} là $P_3 = 6$ (số)

  Vậy số các số tự nhiên cần tìm là: $120 - 6 = 114$ (số)

Vậy ta chọn B

Bài 220. Nhận xét: Phải có xoài và mít là phải có không cụ thể. Phải có cây mít nào? Và phải có cây xoài nào ? Do đó ta dùng cách chia trường hợp sau:

TH1: 1 cây mít và 3 cây xoài

Số cách chọn 1 trong 6 cây xoài là 6 (cách)

Số cách chọn 3 trong 4 cây mít là $C_4^3 = 4$ (cách)

Suy ra TH1 có 6.4 = 24 (cách)

TH2 : 2 cây mít và 2 cây xoài

Tương tự ta có $C_6^2.C_4^2 = 90$ (cách)

TH3 : 3 cây mít và 1 cây xoài

Tương tự ta có : $C_6^3.4 = 80$ (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là : 24 + 90 + 80 = 194 (cách)

Vậy ta chọn C

Bài 221. Số cách chọn 1 trong 5 bông hồng đỏ là 5 (cách)

Số cách chọn 4 trong 7 bông hồng (vàng và trắng) là: $C_7^4 = 35$ (cách)

Vậy số cách chọn một bó bông theo yêu cầu bài toán là:

5 × 35 = 175 (cách)

Vậy ta chọn A

Bài 222. Cách 1: chia trường hợp

TH1: 1 nữ và 3 nam

Số cách chọn 1 trong 5 nữ là 5 (cách)

Số cách chọn 3 trong 15 nam là $C_{15}^3 = 455$ (cách)

Suy ra TH1 có 5 × 455 = 2275 (cách)

TH2 : 2 nữ và 2 nam

Tương tự ta có $C_5^2C_{15}^2 = 1050$ (cách)

TH3: 3 nữ và 1 nam

Tương tự ta có : $C_5^3.15 = 150$ (cách)

TH4: 4 nữ

Tương tự ta có : $C_5^4 = 5$ (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là:

2275 + 1050 + 150 + 5 = 3480.

Cách 2. Dùng phần bù

- Số cách chọn 4 học sinh không phân biệt nam, nữ từ 20 học sinh là $C_{20}^4 = 4845$ (cách)
- Số cách chọn 4 học sinh nam từ 15 học sinh nam là $C_{15}^4 = 1365$ (cách)

Vậy số cách chọn theo yêu cầu bài toán là: 4845 − 4365 = 3480 (cách)

Vậy ta chọn D

Chú ý :

Phân biệt cách hỏi của hai bài toán số 221 và 222, đó là: **có đúng 1** phần tử nào đó và có ít nhất 1 phần tử nào đó

Trong bài 222. có ít nhất 1 nữ, nghĩa là bài toán yêu cầu **PHẢI có nữ** và PHẢI có này là không cụ thể

Bài 223.

- Số cách xếp chữ số 1 vào một trong 4 vị trí là 4 (cách)
- Số cách xếp chữ số 2 vào một trong 3 vị trí là 3 (cách)
- Số cách xếp 4 chữ số còn lại vào 2 vị trí còn lại là: $A_4^2 = 12$ (cách)

Vậy số các số cần tìm là: $4 \times 3 \times 12 = 144$ (số)

Vậy ta chọn B

Bài 224.

- Số cách chọn 5 trong 15 quyển sách toán là $C_{15}^5 = 3003$ (cách)
- Số cách chọn 2 trong 5 quyển sách lý là $C_5^2 = 10$ (cách)
- Số cách xếp 7 quyển sách toán, lý vừa chọn lên kệ sách dài là: $P_7 = 5040$ (cách)

Vậy số cách xếo theo yêu cầu bài toán là:

$3003 \times 10 \times 5040 = 151351200$ (cách)

Vậy ta chọn A

Bài 225.

Số cách chọn 3 trong 5 chữ số lẻ {1, 3, 5, 7, 9} là : $C_5^3 = 10$ (cách)

Số cách chọn 2 trong 4 chữ số chẵn {2, 4, 6, 8} là $C_4^2 = 6$ (cách)

Số cách xếp 5 chữ số vừa chọn vào 5 vị trí là : $P_5 = 120$ (cách)

Vậy số các số tự nhiên cần tìm là : $10 \times 6 \times 120 = 7200$ (số)

Vậy ta chọn C

Bài 226. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

vì $a_1 \neq 0$ nên vị trí a_1 có 9 cách chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Số cách sắp xếp 9 chữ số còn lại (sau khi a_1 đã được chọn) vào 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 là $A_9^4 = 3024$ (cách)

Vậy số các số tự nhiên cần tìm là: $9 \times 3024 = 27216$ (số)

Vậy ta chọn D

Bài 227. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5} = \overline{x}$

- Vì $\overline{x}$ là số lẻ nên $a_5 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ suy ra a_5 có 5 cách chọn
- Vì $a_1 \neq 0$ nên sau khi a_5 đã được chọn thì a_1 có 8 cách chọn
- Sau khi a_5 và a_1 đã được chọn thì còn lại 8 chữ số. Số cách sắp xếp 8 chữ số này vào 3 vị trí còn lại a_2, a_3, a_4 là $A_8^3 = 336$ (cách)

  Vậy số các số tự nhiên cần tìm là : $5 \times 8 \times 336 = 13440$ (số)

Vậy ta chọn A

Bài 228. Vì chữ số đứng sau nhỏ hơn chữ số đứng trước nó nên 5 chữ số cần chọn phải khác nhau đôi một và hơn nữa chữ số đầu không thể là chữ số 0 (vì số 0 là số nhỏ nhất trong 10 chữ số nên nếu có chữ số 0 thì chữ số 0 sẽ luôn nằm ở vị trí cuối cùng)

Ta có cách đếm như sau:

- Số cách chọn 5 trong 10 chữ số $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ là $C_{10}^5 = 252$ (cách)
- Số cách xếp 5 chữ số vừa chọn theo thứ thứ tự lớn trước, nhỏ sau là 1 (cách)

  Vậy số các số tự nhiên cần tìm là: $252.1 = 252$ (số)

Vậy ta chọn D

Bài 229. Vì chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó nên nếu 5 chữ số được chọn có chữ số 0 thì chữ số 0 luôn ở vị trí đầu tiên. Điều này không được vì chữ số đầu phải khác 0. Do đó ta có cách đếm như sau:

- Số cách chọn 5 trong 9 chữ số $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ là $C_9^5 = 126$ (cách)
- Số cách xếp 5 chữ số vừa chọn theo thứ tự nhỏ trước, lớn sau là 1 (cách)

  Vậy số các số tự nhiên cần tìm là $126.\ 1 = 126$ (số)

Vậy ta chọn C

Bài 230. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{x} = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Vì $\overline{x}$ là số chẵn nên $a_5 \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

TH1: $a_5 = 0$

Số cách xếp các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào các vị trí a_1, a_2, a_3, a_4 là $A_9^4 = 3024$

TH2: $a_5 \in \{2, 4, 6, 8\}$

- a_5 có 4 cách
- a_1 có 8 cách (vì $a_1 \neq 0$
- a_2, a_3, a_4 có $A_8^3 = 336$ (cách)

Suy ra TH2 có 4.8.336 = 10752 (số)

Vậy số các số tự nhiên cần tìm là 3024 + 10752 = **13776 (số)**

Vậy ta chọn B.

Bà 231.

- Xem 5 nam và 3 nữ lần lượt như 2 phần tử α và β
- Số cách sắp xếp α và β vào 2 vị trí $P_2 = 2$ (cách)
- Mỗi cách hoán vị 5 nam và 3 nữ cho nhau trong cùng một vị trí ta luôn thêm 5! . 3! cách xếp khác nhau
- Vậy số cách xếp theo yêu cầu bài toán là . 2.5!.3! = 1440

Vậy ta chọn A

Bà 232.

- Xem 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý và 2 quyển sách hoá lần lượt như 3 phần tử α, β, γ
- Số cách xếp α, β, γ vào 3 vị trí là $P_3 = 6$ (cách)
- Mỗi cách hoán vị 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý và 2 quyển sách hoá cho nhau trong cùng một vị trí ta có thêm

  4! . 3! . 2! = 288 cách xếp khác nhau.
- Vậy số cách xếp khác nhau là 6.288 = 1728

Vậy ta chọn B

Bà 233.

- Xem ba chữ số 1, 2, 3 như một phần tử α
- Số cần tìm có 5 vị trí và α luôn chiếm 3 vị trí kế nhau suy ra số cần tìm chỉ còn lại 3 vị trí và trong 3 vị trí đó có 1 vị trí của α
- Số cách xếp α vào 1 trong 3 vị trí ở trên là 3 (cách)
- Số cách xếp các chữ số 4, 5, 6, 7 vào 2 vị trí còn lại là $A_4^2 = 12$ (cách)
- Mỗi cách hoán vị ba chữ số 1, 2, 3 cho nhau trong cùng một vị trí ta thêm $P_3 = 3! = 6$ số khác nhau
- Vậy số các số cần tìm là 3. 12 . 6 = 216 (số)

Vậy ta chọn D

Bà 234.

- Xem ba chữ số 1 như một phần tử α
- Số cần tìm có 5 vị trí và α luôn chiếm 3 vị trí kề nhau. Suy ra số cần tìm chỉ còn lại 3 vị trí và trong 3 vị trí đó có 1 vị trí của α
- Số cách xếp α vào 1 trong 3 vị trí ở trên là 3 (cách)
- Số cách xếp các chữ số 2, 3, 4, 5 vào 2 vị trí còn lại là $A_4^2 = 12$ (cách)

- Mỗi cách hoán vị ba chữ số 1 cho nhau trong cùng một vị trí không làm cho số cần tìm thay đổi

  Vậy số các số cần tìm là: $3 \times 12 = 36$ (số)

Vậy ta chọn C

Bài 235.

- Số cách sắp xếp chữ số 1 vào 3 trong 5 vị trí là $C_5^3 = 10$ cách
- Số cách xếp các chữ số 2, 3, 4, 5 vào 2 vị trí còn lại là $A_4^2 = 12$ (cách)
- Số các số cần tìm là: $10 \, . \, 12 = 120$ (số)

Vậy ta chọn A

§4. NHỊ THỨC NIU-TƠN

Bài 236:

Số hạng chứa x^4 trong khai triển $(1 + x)^{10}$ là : $C_{10}^4 (1)^6 (x)^4$

Suy ra hệ số của x^4 là $C_{10}^4 = 210$

Vậy chọn B

Bài 237:

Số hạng chứa x^5 trong khai triển $(2 + x)^6$ là: $C_6^5 (2)^1 (x)^5$

Suy ra hệ số của x^5 là $2C_6^5 = 12$

Vậy chọn D

Bài 238:

Số hạng chứa x^3 trong khai triển $(1 - 2x)^8$ là: $C_8^3 (1)^5 (-2x)^3$

Suy ra hệ số của x^3 là $-8C_8^3 = -448$

Vậy chọn C

Bài 239:

Số hạng chứa x^4 trong khai triển $(1 - 2x)^7$ là: $C_7^4 (1)^3 (-2x)^4$

Suy ra hệ số của x^4 là $16C_7^4 = 560$

Vậy chọn D

Bài 240:

Số hạng chứa x^2y^8 trong khai triển $(2x + y)^{10}$ là: $C_{10}^8 (2x)^2 (y)^8$

Suy ra hệ số của x^2y^8 là $4C_{10}^8 = 180$

Vậy chọn A

Bài 241:

Số hạng thứ k +1 trong khai triển $(a + b)^n$ là: $C_n^k \, a^{n-k} b^k$

Do đó số hạng thứ 7 trong khai triển $(2 + x)^{10}$ là: $C_{10}^6 (2)^4 (x)^6 = 3360x^6$

Vậy chọn A

Bài 242:

Số thứ nhất là: 7 + 21 = 28

Số thứ hai là: 35 + 35 = 70

Vậy chọn D

Bài 243:

Trong khai triển $(2x + 3y)^8$ có tất cả 9 số hạng

Do đó số hạng đứng giữa là số hạng thứ 5: $C_8^4(2x)^4(3y)^4$

Suy ra hệ số cần tìm là: $C_8^4.2^4.3^4 = 90720$

Vậy chọn B

Bài 244:

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2 + \dfrac{1}{x^3}\right)^{10}$ có dạng:

$$C_{10}^k(x^2)^{10-k}\left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{10}^k x^{20-2k}x^{-3k} = C_{10}^k x^{20-5k}$$

Từ yêu cầu bài toán ta có $20 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Do đó số hạng không chứa x là $C_{10}^4 = 210$

Vậy chọn C

Bài 245:

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\dfrac{x}{3} - \dfrac{3}{x}\right)^{12}$ là:

$$(\;1)^k C_{12}^k\left(\frac{x}{3}\right)^{12-k}\left(\frac{3}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k x^{12-k}x^{-k}3^{k-12}3^k$$

$$= (-1)^k C_{12}^k x^{12-2k}3^{2k-12}$$

Từ yêu cầu bài toán ta có $12 - 2k = 4 \Leftrightarrow k = 4$

Suy ra hệ số cần tìm là: $(-1)^4 C_{12}^4 3^{-4} = \dfrac{55}{9}$

Vậy chọn B

Bài 246:

Hệ số của số hạng thứ 3 là C_n^2

Hệ số của số hạng thứ 2 là C_n^1

Theo đề bài ta có: $C_n^2 - C_n^1 = 44$ $(n \geq 2$ và $n \in \mathbb{N})$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 11 \\ n = -8(\text{loại}) \end{array}\right.$$

Vậy chọn A

Bài 247:

Nhận xét: Trong khai triển $(1 + x)^n$ thì đơn thức có bậc cao nhất là n

Do đó a_9 là hệ số của x^9 chỉ có trong đa thức $(1 + x)^9 + (1 + x)^{10}$

Hệ số của x^9 trong $(1 + x)^9$ là $C_9^9 = 1$

Hệ số của x^9 trong $(1 + x)^{10}$ là $C_{10}^9 = 10$

Suy ra $a_9 = 10 + 1 = 11$

Vậy chọn D

Bài 248:

Ta có: $(a + b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 ab^4 + C_5^5 b^5$

Thay a = 1 và b = 1 ta được:

$$C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = (1 + 1)^5 = 32$$

Vậy chọn C

Bài 249:

Ta có: $(1 + 3x - 4x^2)^{20} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_{20} x^{20}$

Chọn x = 1 ta có: $a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{20} = (1 + 3 - 4)^{20} = 0$

Vậy chọn A

§5. XÁC XUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 250:

Bài này là kiến thức cơ bản đầu tiên của môn xác xuất và thấy ngay phương án B là đúng.

Vậy chọn B

Bài 251:

Dựa vào không gian mẫu trong bài 250 ở phương án B ta thấy:

- Phương án A diễn tả biến cố "Lần đầu xuất hiện mặt sấp"
- Phương án B diễn tả biến cố "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần"
- Phương án C diễn tả biến cố "Mặt sấp xuất hiện đúng hai lần"
- Phương án D diễn tả biến cố "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần"

Vậy chọn D

Bài 252:

Mỗi lần gieo một đồng tiền có 2 khả năng xảy ra là S hoặc N

Do đó 4 lần gieo thì số phần tử của không gian mẫu là:

$2^4 = 16$ (phần tử)

Vậy chọn B

Bài 253:

Mỗi lần gieo một con súc sắc có 6 khả năng xảy ra

Do đó 3 lần gieo thì số phần tử của không gian mẫu là $6^3 = 216$

Vậy chọn D

Bài 254:

Trong hộp có 8 + 7 = 15 quả cầu

Số cách chọn 4 trong 15 quả cầu đó là $C_{15}^{4} = 1365$

Vậy chọn A

Bài 255:

Tổng số học sinh trong tổ là 10 + 5 = 15 học sinh

Số cách chọn 4 trong 15 học sinh của tổ là $C_{15}^{4} = 1365$ (cách)

Vậy chọn A

Bài 256:

Số phần tử của không gian mẫu là C_{52}^{5}

Vậy chọn B

Bài 257:

Tổng số học sinh trong tổ là 8 + 4 = 12 học sinh

Số cách chọn 2 trong 12 học sinh trong tổ là $C_{12}^{2} = 66$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 66$

Gọi A là biến cố: " Chọn được 2 nam"

Suy ra $|\Omega_A| = C_8^2 = 28$

Vậy $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{28}{66} = \dfrac{14}{33}$

Vậy chọn B

Bài258:

Tổng số viên bi trong hộp là 4 + 5 = 9 (viên bi)

Số cách chọn 3 trong 9 viên bi là $C_9^3 = 84$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 84$

Gọi A là biến cố: " Chọn 3 viên bi và được đúng 1 viên bi đỏ "

Số cách chọn 1 trong 4 viên bi đỏ là 4 (cách)

Số cách chọn 2 trong 5 viên bi trắng là $C_5^2 = 10$ (cách)

Suy ra $|\Omega_A| = 4 . 10 = 40$

Vậy $P(A) = \dfrac{40}{84} = \dfrac{10}{21}$

Vậy chọn D

Bài259:

Số cách chọn 3 trong 10 cây viết là $C_{10}^{3} = 120$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 120$

Gọi A là biến cố: "Chọn được cả 3 cây viết đều tốt"

Số cây viết còn tốt là 10 – 4 = 6 (cây viết)

Số cách chọn 3 trong 6 cây viết còn tốt là $C_6^3 = 20$ (cách)

Suy ra $|\Omega_A| = 20$

Vậy $P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

Vậy chọn C

Bài 300:

Ta có: $|\Omega| = 6^2 = 36$

Gọi A là biến cố: "Số hiệu xuất hiện trên 2 con súc sắc giống nhau"

Suy ra $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \Rightarrow |\Omega_A| = 6$

Vậy $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Vậy chọn C

Bài 301:

Ta có: $|\Omega| = 2^5 = 32$

Gọi A là biến cố: "Cả 5 lần xuất hiện mặt ngửa"

Suy ra $A = \{(N\ N\ N\ N\ N)\} \Rightarrow |\Omega| = 1$

Vậy $P(A) = \frac{1}{32}$

Vậy chọn A

Bài 302:

Ta có: $|\Omega| = C_{52}^4 = 270725$

Gọi A là biến cố: " Rút được 1 con át và 3 con k "

Số cách rút được 1 trong 4 con át là 4 cách

Số cách rút được 3 trong 4 con k là $C_4^3 = 4$ (cách)

Suy ra $|\Omega_A| = 4 . 4 = 16$

Vậy $P(A) = \frac{16}{270725}$

Vậy chọn B

Bài 303:

Lấy 4 quả cầu từ 6 quả cầu và xếp chúng có thứ tự là số chỉnh hợp chập 4 của 6 (cách xếp)

Suy ra $|\Omega| = A_6^4 = 360$

Gọi A là biến cố: "Tổng 4 chữ số trên 4 quả cầu bằng 10"

Các chữ số trên 4 quả cầu chỉ có thể là 1, 2, 3, 4

Vậy mỗi phần tử của A là một hoán vị của 4 chữ số 1, 2, 3, 4

Suy ra $P(A) = \frac{24}{360} = \frac{1}{15}$. **Vậy chọn D**

Bài 304:

Số cách mua 3 trong 100 vé số là $C_{100}^{3} = 161700$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 161700$

Gọi A là biến cố: "Mua 3 vé và trúng đúng 3000 đồng"
Như vậy phải mua đúng 3 vé số loại trúng 1000 đồng

Suy ra $|\Omega_A| = C_{10}^{3} = 120$

Suy ra $P(A) = \dfrac{120}{161700} = \dfrac{2}{2695}$

Vậy chọn C

Bài 305: Ta có: $|\Omega| = 100$

Gọi A là biến cố: "Số ghi trên thẻ chia hết cho 2 hoặc cho 5"
Nhận xét: Một số vừa chia hết cho 2 và vừa chia hết cho 5 thì số đó có chữ số tận cùng là chữ số 0. Do đó cách đếm số phần tử của A như sau:

- Các số chẵn từ 2 đến 100 có 50 số
- Các số chia hết cho 5 và chữ số tận cùng khác chữ số 0 từ 5 đến 95 có 10 số

Suy ra $|\Omega_A| = 50 + 10 = 60$

Suy ra $P(A) = \dfrac{60}{100} = \dfrac{3}{5}$

Vậy chọn A

Bài 306:

Số cách chọn 3 trong 8 quả cân là $C_8^3 = 56$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 56$

Gọi A là biến cố: "Tổng trọng lượng 3 quả cân không vượt quá 9 kg"
Suy ra 3 quả cân được chọn chỉ có thể là:

1kg	2kg	3kg
1kg	2kg	4kg
1kg	2kg	5kg
1kg	2kg	6kg
1kg	3kg	4kg
1kg	3kg	5kg
2kg	3kg	4kg

Suy ra $|\Omega_A| = 7$

Suy ra $P(A) = \dfrac{7}{56} = \dfrac{1}{8}$

Vậy chọn C

Bài 307:

Số cách chọn 4 trong 10 viên bi là $C_{10}^4 = 210$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 210$

Gọi A là biến cố "Lấy được 2 viên bi trắng và 2 viên bi đỏ"

Số cách chọn 2 trong 6 viên bi trắng là $C_6^2 = 15$ (cách)

Số cách chọn 2 trong 4 viên bi đỏ là $C_4^2 = 6$ (cách)

Suy ra $|\Omega_A| = 15 \times 6 = 90$

Suy ra $P(A) = \dfrac{90}{210} = \dfrac{3}{7}$

Vậy chọn B

Bài 308:

Số cách chọn 3 trong 20 viên bi là $C_{20}^3 = 1140$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 1140$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một viên màu đỏ"

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: Cả 3 viên đều màu xanh"

Suy ra $|\Omega_{\overline{A}}| = C_8^3 = 56$; Suy ra $P(\overline{A}) = \dfrac{56}{1140} = \dfrac{14}{285}$

Ta có: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{14}{285} = \dfrac{271}{285}$

Vậy chọn A

Bài 309: Ta có: $|\Omega| = 2^4 = 16$

Biến cố $\overline{A}$ là: "Không có mặt ngửa xuất hiện". Nghĩa là cả 4 lần đề
xuất hiện mặt sấp.

Suy ra $|\Omega_{\overline{A}}| = 1$; Suy ra $P(\overline{A}) = \dfrac{1}{16}$

Ta có: $P(A) = 1 - \dfrac{1}{16} = \dfrac{15}{16}$

Vậy chọn C

Bài 310:

Số người trong tổ là 10 + 5 = 15 (người)

Số cách chọn 4 trong 15 người là $C_{15}^4 = 1365$ (cách)

Suy ra $|\Omega| = 1365$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một nữ"

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: "Không có nữ". Nghĩa là có 4 nam

Suy ra $|\Omega_{\overline{A}}| = C_{10}^4 = 210$; Suy ra $P(\overline{A}) = \dfrac{210}{1365} = \dfrac{2}{13}$

Ta có: $P(A) = 1 - \dfrac{2}{13} = \dfrac{11}{13}$. **Vậy chọn B**

Bài 31:

Mỗi bình có 6 viên bi và lấy mỗi bình 1 viên nên $|\Omega| = 6$

Gọi A là biến cố: "Lấy được một viên bi xanh ở bình thứ nhất"

Suy ra $|\Omega_A| = 3$; Suy ra $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Gọi B là biến cố: "Lấy được một viên bi xanh ở bình thứ hai"

Suy ra $|\Omega_B| = 2$

Suy ra $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Ta có: A.B là biến cố: "Lấy được 1 viên bi xanh ở bình thứ nhất và 1 viên bi xanh ở bình thứ 2"

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Vậy chọn D

Bài 32:

Gọi A là biến cố: "Người thứ nhất bắn trúng"

Gọi B là biến cố: "Người thứ hai bắn trúng"

Như vậy A.B là biến cố "Hai người đều bắn trúng"

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên

$P(A.B) = P(A).P(B) = 0{,}9.0{,}7 = 0{,}63$

Vậy chọn A

Bài 33:

Gọi A là biến cố: "Lấy 1 xạ thủ loại I bắn trúng đích"

Có 2 xạ thủ loại I nên $P(A) = \frac{0,9}{2} = 0{,}45$

Gọi B là biến cố: "Lấy 1 xạ thủ loại II bắn trúng đích"

Có 8 xạ thủ loại II nên $P(B) = \frac{0,8}{8} = 0{,}1$

Ta có: $A \cup B$ là biến cố: "Lấy ngẫu nhiên 1 xạ thủ và xạ thủ này bắn trúng"

Vì A và B là biến cố xung khắc nên

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}45 + 0{,}1 = 0{,}55$

Vậy chọn B

Bài 34: Ta có $E(X) = 0.0{,}1 + 1.0{,}2 + 2.0{,}3 + 3.0{,}2 + 4.0{,}1 + 5.0{,}1 = 2{,}3$

Vậy chọn D

Bài 35: Ta có: $E(X) = 0.0{,}06 + 1.0{,}38 + 2.0{,}56 = 1{,}5$

Cách 1: $V(X) = (0 - 1{,}5)^2.0{,}06 + (1 - 1{,}5)^2.0{,}38 + (1 - 1{,}5)^2.0{,}56 = 0{,}37$

Cách 2: $V(X) = 0^2.0{,}06 + 1^2.0{,}38 + 2^2.0{,}56 - (1{,}5)^2 = 0{,}37$

Vậy chọn C

CHƯƠNG III. DÃY SỐ
CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

§1. DÃY SỐ

Bài 316.

Ta có: $u_{n+1} = 5^{(n+1)+1} = 5^{n+2}$

Vậy ta chọn D

Bài 317.

- Phương án A thấy ngay: $u_1 = 3 - 1 = 2$ và $u_2 = 3 - 2 = 1$
  Suy ra $u_1 > u_2 \Rightarrow (u_n)$ không là dãy số tăng.
- Phương án C không đúng vì u_n có chứa nhân tử $(-1)^n$, nên các số hạng sẽ đan dấu. Do đó (u_n) không là dãy số tăng.
- Phương án D thấy ngay $u_1 = \frac{2}{1} + 7 = 9$ và $u_2 = \frac{2}{2} + 7 = 8$
  Suy ra $u_1 > u_2 \Rightarrow (u_n)$ không là dãy số tăng
- Xét phương án B
  Ta có: $u_{n+1} - u_n = \left(2 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(2 - \frac{1}{n}\right)$
  $= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)} > 0$
  Suy ra (u_n) là dãy số tăng.

Vậy ta chọn B

Bài 318.

- Phương án A thấy ngay $u_1 = 2^{1+3} = 16$ và $u_2 = 2^{2+3} = 32$
  Suy ra $u_1 < u_2 \Rightarrow (u_n)$ không là dãy số giảm
- Phương án B thấy ngay $u_1 = \frac{1-1}{1+1} = 0$ và $u_2 = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$
  Suy ra $u_1 < u_2 \Rightarrow (u_n)$ không là dãy số giảm
- Phương án C thấy ngay $u_1 = 1^2 + 2 = 3$ và $u_2 = 2^2 + 2 = 6$
  Suy ra $u_1 < u_2 \Rightarrow (u_n)$ không là dãy số giảm
- Xét phương án D
  Ta có $u_n = \frac{(-1)^{2n}}{n} = \frac{1}{n}$ (vì $(-1)^{2n} = 1$)
  Do đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{(n+1)n} = \frac{-1}{(n+1)n} < 0$
  Suy ra (u_n) là dãy số giảm. **Vậy ta chọn D**

Bài 319.

- Xét phương án A.

Dễ thấy khi n càng lớn thì $u_n = 2n + 3$ càng lớn nên (u_n) không là dãy số bị chặn trên.

Hoặc có thể kiểm chứng bằng định nghĩa dãy số bị chặn trên như sau:

Giả sử có một hằng số M sao cho $u_n \le M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta có $u_n \le M \Rightarrow 2n + 3 \le M \Rightarrow n \le \dfrac{M-3}{2}$

Điều này mâu thuẫn vì $n \in \mathbb{N}^*$ do đó n không thể nhỏ hơn bất kỳ số nào, cụ thể n không thể nhỏ hơn hay bằng $\dfrac{M-3}{2}$

Do đó u_n không bị chặn trên.

- Xét phương án B

Nhận xét: n càng lớn thì $\dfrac{1}{n}$ càng dần về 0.

Do đó $u_n = n + \dfrac{1}{n}$ càng lớn khi n càng lớn

Vậy $u_n = n + \dfrac{1}{n}$ không là dãy số bị chặn trên

- Xét phương án D

Ta có $u_n = \dfrac{n^2+n+3}{n+1} = \dfrac{n(n+1)+3}{n+1} = n + \dfrac{3}{n+1}$

Dãy số này tương tự như dãy số được cho ở phương án B. Do đó (u_n) là dãy số không bị chặn trên.

- Xét phương án C

Ta có $u_n = \dfrac{n+2}{n+1} = \dfrac{(n+1)+1}{n+1} = 1 + \dfrac{1}{n+1}$

Với $n \ge 1$ thì $n + 1 \ge 2 \Rightarrow \dfrac{1}{n+1} \le \dfrac{1}{2}$

$$\Rightarrow u_n = 1 + \frac{1}{n+1} \le 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Suy ra (u_n) là dãy số bị chặn trên

Vậy ta chọn C

Bài 320.

- Xét phương án A.

Ta có : $\forall n \ge 1$ thì $u_n = n^2 + 2n - 1 \ge 0$

Do đó (u_n) là dãy số bị chặn dưới

- Xét phương án B

  Nhận xét : Khi n càng lớn thì $-2n$ càng nhỏ

  Do đó: $u_n = 3 - 2n$ càng nhỏ khi n càng lớn

  Vậy (u_n) là dãy số không bị chặn dưới

- Xét phương án C

  Ta có : $u_n = \frac{1 - n^2}{n} = \frac{1}{n} - n$

  Khi n càng lớn thì $\frac{1}{n}$ dần về 0 và $-n$ càng nhỏ và $-n \to -\infty$

  Suy ra $u_n = \frac{1}{n} - n$ càng nhỏ khi n càng lớn

  Vậy (u_n) là dãy số không bị chặn dưới

- Xét phương án D

  Khi n càng lớn thì $u_n = 3 - \sqrt{n+1}$ càng nhỏ. Do đó (u_n) là dãy số không bị chặn dưới

Vậy ta chọn A

ài 321.

- Xét phương án A

  Ta có n càng lớn thì $u_n = n^2 + 1$ càng lớn

  Suy ra (u_n) là dãy số không bị chặn trên, nghĩa là (u_n) là dãy số không bị chặn .

- Xét phương án B

  Ta có $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $0 < \frac{1}{n^2 + 1} \le \frac{1}{2}$

  Suy ra (u_n) là dãy số bị chặn

- Xét phương án C

  Khi n càng lớn thì $u_n = 1 - \sqrt{n+4}$ càng nhỏ

  Suy ra (u_n) là dãy số không bị chặn dưới, nghĩa là (u_n) là dãy số không bị chặn.

- Xét phương án D.

  Khi n càng lớn thì $u_n = 3 + \left|1 - n^2\right|$ càng lớn

  Suy ra (u_n) là dãy số không bị chặn trên, nghĩa là (u_n) là dãy số không bị chặn.

Vậy chọn B

Bài 22.

Nhận xét: thấy ngay phương án B là sai

vì $u_n = n + 3 \Rightarrow u_1 = 1 + 3 = 4 \neq -1$.

Vậy chỉ còn xét phương án A, C, D

Ta có: $u_{n+1} = u_n + 3 \Rightarrow u_2 = u_1 + 3 = -1 + 3 = 2$

Khi đó thấy ngay phương án C sai vì $u_n = 4 - 5n$

$\Rightarrow u_2 = 4 - 5.2 = -6 \neq 2$ và phương án D sai

vì $u_n = 2 - 3n \Rightarrow u_2 = 2 - 3.2 = -4 \neq 2$

Do đó phương án A là đúng. Thật vậy:

Ta có:
- $u_n = 3n - 4 \Rightarrow u_1 = 3.1 - 4 = -1$ (đúng)
- Giả sử $u_k = 3k - 4$

Ta có: $u_{k+1} = u_k + 3 = (3k - 4) + 3 = 3k - 1 = 3(k + 1) - 4$

Vậy $u_n = 3n - 4$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy ta chọn A

Bài 23.

Nhận xét: Thấy ngay phương án C là sai

vì $u_n = \sqrt{10 - n}$ thì $10 - n \geq 0 \Rightarrow n \leq 10$ điều này mâu thuẩn vì (u_n) là dãy số xác định $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có : $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \Rightarrow u_2 = \sqrt{1 + u_1^2} = \sqrt{1 + 3^2} = \sqrt{10}$

Suy ra phương án A sai vì $u_n = \sqrt{2n + 7} \Rightarrow u_2 = \sqrt{2.2 + 7} = \sqrt{11} \neq \sqrt{10}$

Và phương án D sai vì $u_n = \sqrt{3n + 6} \Rightarrow u_2 = \sqrt{3.2 + 6} = \sqrt{12} \neq \sqrt{10}$

Vậy phương án B là đúng. Thật vậy :

Ta có: $u_n = \sqrt{n + 8} \Rightarrow u_1 = \sqrt{1 + 8} = 3$ (đúng)

Giả sử $u_k = \sqrt{k + 8}$ ta có: $u_{k+1} = \sqrt{1 + u_k^2} = \sqrt{1 + (k + 8)} = \sqrt{(k + 1) + 8}$

Vậy $u_n = \sqrt{n + 8}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Bài 24.

Ta có : $u_1 = 2 = 2^0 + 1$

$u_2 = 2u_1 - 1 = 2.2 - 1 = 3 = 2^1 + 1$

$u_3 = 2u_2 - 1 = 2.3 - 1 = 5 = 2^2 + 1$

$u_4 = 2u_3 - 1 = 2.5 - 1 = 9 = 2^3 + 1$

Dự đoán $u_k = 2^{k-1} + 1$

Ta có: $u_{k+1} = 2u_k - 1 = 2\left(2^{k-1} + 1\right) - 1 = 2^k + 1$

Vậy : $u_n = 2^{n-1} + 1$

Suy ra $u_{50} = 2^{49} + 1$

Vậy ta chọn D.

Bài 325.

Ta có: $u_1 = 3 = 3.2^0$

$u_2 = 2u_1 = 2.3.2^0 = 3.2^1$

$u_3 = 2u^2 = 2.3.2^1 = 3.2^2.$

Dự đoán: $u_k = 3.2^{k-1}$

Ta có: $u_{k+1} = 2u_k = 2.3.2^{k-1} = 3.2^k$

Vậy $u_n = 3.2^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Suy ra $u_{20} = 3.2^{19}$

Vậy ta chọn A.

Bài 326.

Ta xét : $\dfrac{2n}{n^2+1} = \dfrac{9}{41} \Leftrightarrow 82n = 9n^2 + 9$

$\Leftrightarrow 9n^2 - 82 + 9 = 0 \Leftrightarrow n = 9 \text{ hay } n = \dfrac{1}{9}$

Vì $n \in \mathbf{N}^*$ nên $n = 9$.

Vậy số hạng thứ 9 bằng $\dfrac{9}{41}$

Cách khác:

Ta có: $u_7 = \dfrac{2.7}{7^2+1} = \dfrac{14}{50} = \dfrac{7}{25} \neq \dfrac{9}{41}$

Suy ra phương án A là sai.

$u_8 = \dfrac{2.8}{8^2+1} = \dfrac{16}{65} \neq \dfrac{9}{41}$

Suy ra phương án B là sai.

$u_9 = \dfrac{2.9}{9^2+1} = \dfrac{18}{82} = \dfrac{9}{41}$

Suy ra phương án C là đúng.

Vậy ta chọn C.

§2. CẤP SỐ CỘNG

Bài 327.

- Xét phương án A.

  Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1) = 2^n$ (**không phải là hằng** số)

  Suy ra (u_n) không là cấp số cộng
- Xét phương án B

  Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{(n+1)n} = \frac{-1}{(n+1)n}$ **(không là hằng số)**

  Suy ra (u_n) không là cấp số cộng
- Xét phương án C

  Ta có $u_{n+1} - u_n = [2 - \pi(n+1)] - [2 - \pi n] = 2 - \pi n - \pi - 2 + \pi n$

  $= -\pi$ (là hằng số)

  Suy ra (u_n) là cấp số cộng
- Xét phương án D

  Ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$

  (không là hằng số)

  Suy ra (u_n) không là cấp số cộng

Vậy ta chọn C

Bài 328. Dựa vào định nghĩa cấp số cộng $u_{n+1} = u_n + d$

Do đó chỉ có phương án D là phù hợp với định nghĩa **(với $d = -3$)**

Vậy ta chọn D

Bài 329. Áp dụng công thức : $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có:

$u_{20} = u_1 + (20-1)d \Leftrightarrow 55 = -2 + 19d \Leftrightarrow d = 3$

Vậy ta chọn B

Bài 330. Áp dụng công thức $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ ta có:

$$S_{30} = \frac{30(2+61)}{2} = 945$$

Vậy ta chọn A

Bài 331. Áp dụng công thức $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ ta có:

$$S_{15} = 15.u_1 + \frac{15(15-1)d}{2} \Leftrightarrow 120 = 15u_1 + \frac{15.14}{2}(-4)$$

$\Leftrightarrow 120 = 15u_1 - 420 \Leftrightarrow u_1 = 36$

Vậy ta chọn D

Bài 332. Áp dụng công thức : $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$

$$\Leftrightarrow -205 = 2n + \frac{n(n-1)}{2}(-5) \Leftrightarrow -410 = 4n - 5(n^2 - n)$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 - 9n - 410 = 0 \Leftrightarrow n = 10 \text{ hay } n = -\frac{41}{5}$$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 10$. Vậy ta chọn B

Bài 333. Áp dụng công thức : $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$, ta có:

$$S_{12} = \frac{12(u_1 + u_{12})}{2} \Leftrightarrow 72 = \frac{12(u_1 + 17)}{2} \Leftrightarrow u_1 = -5$$

Áp dụng công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$,ta có:

$$u_{12} = u_1 + (12-1)d \Leftrightarrow 17 = -5 + 11d \Leftrightarrow d = 2$$

Vậy ta chọn A

Bài 334. Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 4 \\ u_1 + u_6 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 4 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 4 \\ 2u_1 + 5d = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 3 \end{cases}$$

Ta lại có : $u_n = u_1 + (n-1)d = -2 + (n-1).3 = 3n - 5$

Vậy ta chọn C

Bài 335. Ta có 2, x, 8, y là cấp số cộng nên : $\begin{cases} 2 + 8 = 2x \\ x + y = 2.8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 11 \end{cases}$.

Vậy ta chọn B

Bài 336. Ta có

- A, B, C là 3 góc của một tam giác nên: $A + B + C = 180^0$ (1)
- A, B, C là một cấp số cộng nên : $A + C = 2B$ (2)
- Góc C gấp đôi góc A nên : $C = 2A$ (3)

Thế (3) vào (2) ta được : $3A = 2B \Leftrightarrow B = \frac{3A}{2}$ (4)

Thế (3) và (4) vào (1) ta được :

$$A + \frac{3A}{2} + 2A = 180^0 \Leftrightarrow 9A = 360^0 \Leftrightarrow A = 40^0$$

Suy ra: $B = \frac{3.40}{2} = 60^0$ và $C = 2.40^0 = 80^0$

Vậy ta chọn D.

Bài 337. Ta chứng minh một tính chất sau:

Nếu (u_n) là một cấp số cộng và nếu $m + k = 2p$ thì

$$u_m + u_k = 2u_p \left(m, k, p \in \mathbb{N}^*\right)$$

Giải :

Ta có: $u_m + u_k = [u_1 + (m-1)d] + [u_1 + (k-1)d]$

$$= 2u_1 + (m + k - 2)d = 2u_1 + (2p - 2)d \text{ (vì } m + k = 2p)$$

$$= 2[u_1 + (p-1)d] = 2u_p \text{ (đpcm)}$$

Áp dụng tính chất trên dễ thấy A và C là sai.

Còn phương án B ta có $120 + 180 \neq 2.300$ do đó phương án B là sai.

Xét phương án D ta có: $107 + 211 = 2.159$ do đó phương án D là đúng.

Vậy ta chọn D

Bài 338. Ta có (u_n) là cấp số cộng nên : $u_{n+1} = u_n + d \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d$

Do đó nếu $d > 0$ thì (u_n) là dãy số tăng và nếu $d < 0$ thì (u_n) là dãy số giảm

Vậy phương án A và B là sai.

Xét phương án C. Đặt $V_n = 2u_n$ ta có:

$$V_{n+1} - V_n = 2u_{n+1} - 2u_n = 2(u_{n+1} - u_n) = 2d$$

Vậy (V_n) là cấp số cộng có công sai là 2d suy ra C đúng.

Xét phương án D.

Xem một cấp số cộng (u_n) : 1, 3, 5, 7 ...

Đặt $V_n = u_n^2$. Suy ra (V_n) : 1, 9, 25, 49, ...

Ta có: $\dfrac{1 + 25}{2} = 13 \neq 9 \Rightarrow (V_n)$ không là cấp số cộng nghĩa là D sai.

Vậy ta chọn C.

3. CẤP SỐ NHÂN.

Bài 339.

- Xét phương án A

  Ta có $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{(n+1)^2}{n^2} = \dfrac{n^2 + 2n + 1}{n^2} = 1 + \dfrac{2}{n} + \dfrac{1}{n^2}$ (không là hằng số)

  Suy ra (u_n) không là cấp số nhân

- Xét phương án B

  Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{\left(-\dfrac{4}{5}\right)^{n+1}}{\left(-\dfrac{4}{5}\right)^n} = -\dfrac{4}{5}$ (là hằng số)

  Suy ra (u_n) là cấp số nhân

- **Xét phương án C.**

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{\dfrac{3}{(n+1)^2}}{\dfrac{3}{n^2}}=\dfrac{n^2}{(n+1)^2}$ (không là hằng số)

Suy ra (u_n) không là cấp số nhân

- **Xét phương án D**

Ta có: $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{\sqrt{(n+1)+1}}{\sqrt{n+1}}=\dfrac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1}}$ (không là hằng số)

Suy ra (u_n) không là cấp số nhân.

Vậy ta chọn B

Bài 340. Dựa vào định nghĩa cấp số nhân: $u_{n+1} = q.u_n$ (q là hằng số)

Do đó chỉ có phương án C là phù hợp với định nghĩa ($q = \frac{1}{3}$)

Vậy ta chọn C

Bài 341. Ta chứng minh tính chất sau:

Cho (u_n) là một cấp số nhân và $m + k = 2p$

thì $u_m.u_k = u_p^2$ $(m, k, p \in \mathbb{N}^*)$

Giải :

Ta có: $u_m.u_k=\left(u_1.q^{m-1}\right).\left(u_1.q^{k-1}\right)=u_1^2.q^{m+k-2}=u_1^2.q^{2p-2}$

$$=\left(u_1q^{p-1}\right)^2=u_p^2 \text{ (đpcm)}$$

Do đó chỉ có phương án A là đúng $m + k = 20 + 10 = 30 = 2.15 = 2p$

Vậy ta chọn A.

Bài 342.

- **Xét một cấp** số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $q = -2$.

  1 ; –2; 4 ; –8; 16; –32, ...

  Đây là một dãy số không tăng và không giảm. Do đó phương án A **và B** sai.

- **Xét phương án C**

  Đặt $v_n = n.u_n$. Ta có:

  $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}=\dfrac{(n+1).u_{n+1}}{n.u_n}=\dfrac{(n+1).u_1.q^n}{n.u_1.q^{n-1}}=\dfrac{q(n+1)}{n}$ (không là hằng số)

  Suy ra (v_n) không là cấp số nhân

  Vậy phương án C sai.

- Xét phương án D

Đặt $v_n = a.u_n$. Ta có: $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{a.u_{n+1}}{a.u_n} = \frac{u_1.q^n}{u_1.q^{n-1}} = q$ (là **hằng số**)

Suy ra (v_n) là một cấp số nhân

Vậy ta chọn D

Bài 33. Ta biết rằng nếu a, b, c là cấp số nhân thì $a.c = b^2$

Do đó ta có: $x^2 = 2.\frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Vậy ta chọn B.

Bài 34. Ta có: x, 1, y là cấp số nhân và cấp số cộng nên:

$$\begin{cases} xy = 1^2 \\ x + y = 2.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Áp dụng định lý viet đảo ta có x và y là nghiệm của **phương trình:**

$$X^2 - SX + P = 0 \Leftrightarrow X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1$$

Vậy $x = y = 1$

Vậy ta chọn D

Bài 35. Ta có: $u_n = u_1.q^{n-1}$

- Nếu $q < 0$ thì $q^{n-1} > 0$ nếu n lẻ và $q^{n-1} < 0$ nếu **n chẵn**

  Do đó nếu $q < 0$ thì q^{n-1} không luôn âm và không **luôn dương. Suy** ta loại phương án A và B

- Nếu $q > 0$ thì $q^{n-1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

  Do đó $u_n < 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $u_1 < 0$. Suy ra phương án **C là đúng và** D là sai.

Vậy ta chọn C

Nhận xét giả thiết cho $u_n < 0 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. Do đó có **thể thấy ngay** những phương án có $u_1 > 0$ đều sai. Từ đó dễ dàng loại **phương án B** và D

Bài 36.

Ta có: $u_{10} = u_1q^9 \Leftrightarrow 512 = 1.q^9 \Leftrightarrow q = 2$

Vậy ta chọn A

Bài 347. Giả sử $u_n = -1024 \Leftrightarrow u_1.q^{n-1} = -1024 \Leftrightarrow 2.(-2)^{n-1} = -1024$

$\Leftrightarrow (-2)^{n-1} = -512 = (-2)^9 \Leftrightarrow n - 1 = 9 \Leftrightarrow \pm n = 10$.

Vậy ta chọn C

Bài 348.

Ta có: $u_6 = u_1q^5 \Leftrightarrow 16 = u_1.2^5 = 32u_1 \Leftrightarrow u_1 = \dfrac{16}{32} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy ta chọn B

Bài 349. Áp dụng công thức : $S_n = \dfrac{u_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$ ta được

$$S_{10} = \frac{u_1\left(q^{10} - 1\right)}{q - 1} \Leftrightarrow 3069 = \frac{u_1\left(2^{10} - 1\right)}{2 - 1} \Leftrightarrow 3069 = 1023u_1 \Rightarrow u_1 = 3.$$

Vậy ta chọn B

Bài 350.

Ta có $\begin{cases} u_5 = u_1q^4 & (1) \\ u_6 = u_1q^5 & (2) \end{cases}$

Lấy (2) chia (1) được: $q = \dfrac{u_6}{u_5} = \dfrac{128}{64} = 2$ thế vào (1) ta được

$64 = u_1.2^4 \Leftrightarrow u_1 = 4$

Ta có : $S_{10} = \dfrac{u_1\left(q^{10} - 1\right)}{q - 1} = \dfrac{4.\left(2^{10} - 1\right)}{2 - 1} = 4092$

Vậy ta chọn A.

CHƯƠNG IV. GIỚI HẠN

§1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

Bài 51. Ta có: $\lim \dfrac{3n^3 - 4n^2 + 1}{5n^3 + 2n} = \lim \dfrac{n^3\left(3 - \dfrac{4}{n} + \dfrac{1}{n^3}\right)}{n^3\left(5 + \dfrac{2}{n^2}\right)}$

$$= \lim \frac{3 - \dfrac{4}{n} + \dfrac{1}{n^3}}{5 + \dfrac{2}{n^2}} = \frac{\lim\left(3 - \dfrac{4}{n} + \dfrac{1}{n^3}\right)}{\lim\left(5 + \dfrac{2}{n^2}\right)}$$

$$= \frac{\lim 3 - \lim \dfrac{4}{n} + \lim \dfrac{1}{n^3}}{\lim 5 + \lim \dfrac{2}{n^2}} = \frac{3 - 0 + 0}{5 + 0} = \frac{3}{5}$$

Vậy ta chọn A

Bài 52.

- A : $\lim \dfrac{6n - 2}{4n + 2} = \lim \dfrac{n\left(6 - \dfrac{2}{n}\right)}{n\left(4 + \dfrac{2}{n}\right)} = \lim \dfrac{6 - \dfrac{2}{n}}{4 + \dfrac{2}{n}} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

- B : $\lim \dfrac{3n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} = \lim \dfrac{n^2\left(3 + \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{5}{n^2}\right)}{n^2\left(2 + \dfrac{1}{n^2}\right)} = \lim \dfrac{3 + \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{5}{n^2}}{2 + \dfrac{1}{n^2}} = \dfrac{3}{2}$

- C : $\lim \dfrac{3^n + 5.4^n}{4^n + 2^n} = \lim \dfrac{4^n\left(\dfrac{3^n}{4^n} + 5\right)}{4^n\left(1 + \dfrac{2^n}{4^n}\right)} = \lim \dfrac{\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 5}{1 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^n} = 5$

- D : $\lim \dfrac{\sqrt{9n^2 - n + 1}}{4n - 2} = \lim \dfrac{\sqrt{n^2\left(9 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n^2}\right)}}{4n - 2}$

$$= \lim \frac{n\sqrt{9 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n^2}}}{n\left(4 - \dfrac{2}{n}\right)} = \lim \frac{\sqrt{9 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n^2}}}{4 - \dfrac{2}{n}} = \frac{\sqrt{9}}{4} = \frac{3}{4}$$

Ta thấy kết quả C sai. **Vậy ta chọn C.**

Bài 353. Ta có:

$$\lim \frac{4n^5 + 3n^4\sqrt{n} + 7}{n\left(n^2+1\right)\left(5-2n^2\right)} = \lim \frac{n^5\left(4 + \frac{3}{\sqrt{n}} + \frac{7}{n^5}\right)}{n.n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)n^2\left(\frac{5}{n^2}-2\right)}$$

$$= \lim \frac{4 + \frac{3}{\sqrt{n}} + \frac{7}{n^5}}{\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{5}{n^2}-2\right)} = \frac{4+0+0}{(1+0)(0-2)} = -2$$

Vậy ta chọn C

Bài 354.

- $A = \lim\left(-n^4 + 2n^3 - 1\right) = \lim n^4\left(-1 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^4}\right)$

$$= \lim n^4 . \lim\left(-1 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^4}\right) = -\infty$$

(Vì $\lim n^4 = +\infty$ và $\lim\left(-1 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^4}\right) = -1$ nên $A = -\infty$)

- $B = \lim\left(4n^3 + 3n^2 + 5\right) = \lim n^3\left(4 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^3}\right)$

$$= \lim n^3 . \lim\left(4 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^3}\right) = +\infty$$

(Vì $\lim n^3 = +\infty$ và $\lim\left(4 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^3}\right) = 4$ nên $B = +\infty$

- $C = \lim \frac{n^5 - 4n^2 + 3}{-3n^4 + 4n^2 + 1} = \lim \frac{n^5\left(1 - \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^5}\right)}{n^5\left(-\frac{3}{n} + \frac{4}{n^3} + \frac{1}{n^5}\right)}$

$$= \lim \frac{1 - \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^5}}{-\frac{3}{n} + \frac{4}{n^3} + \frac{1}{n^5}} = +\infty$$

(vì $\lim\left(1 - \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^5}\right) = 1$ và $\lim\left(-\frac{3}{n} + \frac{4}{n^3} + \frac{1}{n^5}\right) = 0$ nên $C = +\infty$)

- $D = \lim \dfrac{n^2 - 4n + 3}{n^3 - 3n^2 + 2} = \lim \dfrac{n^3\left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{4}{n^2} + \dfrac{3}{n^3}\right)}{n^3\left(1 - \dfrac{3}{n} + \dfrac{2}{n^3}\right)} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{n} - \dfrac{4}{n^2} + \dfrac{3}{n^3}}{1 - \dfrac{3}{n} + \dfrac{2}{n^3}} = \mathbf{0}$

  Vì $\lim\left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{4}{n^2} + \dfrac{3}{n^3}\right) = 0$ và $\lim\left(1 - \dfrac{3}{n} + \dfrac{2}{n^3}\right) = 1$ nên $\mathbf{D = 0}$

Ta thấy C sai. **Vậy ta chọn C**

Bài 355. Ta có :

$$\lim\left(n - \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1 - 4n}{2n^2}\right) = \lim \frac{n^2 - 1}{n}.\frac{1 - 4n}{2n^2}$$

$$= \lim \frac{n^2\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)}{n}.\frac{n\left(\dfrac{1}{n} - 4\right)}{2n^2} = \lim \frac{\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)\left(\dfrac{1}{n} - 4\right)}{2} = -2$$

Vậy ta chọn D

Bài 356.

- $A = \lim \dfrac{\sqrt{n} - 2}{3n + 2} = \lim \dfrac{n\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}} - \dfrac{2}{n}\right)}{n\left(3 + \dfrac{2}{n}\right)} = \lim \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{n}} - \dfrac{2}{n}}{3 + \dfrac{2}{n}} = 0$

  (vì $\lim\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}} - \dfrac{2}{n}\right) = 0$ và $\lim\left(3 + \dfrac{2}{n}\right) = 3$ nên $A = 0$)

- $B = \lim \dfrac{\sqrt{2n} - 3}{4 - 3\sqrt{n}} = \lim \dfrac{\sqrt{n}\left(\sqrt{2} - \dfrac{3}{\sqrt{n}}\right)}{\sqrt{n}\left(\dfrac{4}{\sqrt{n}} - 3\right)} = \lim \dfrac{\sqrt{2} - \dfrac{3}{\sqrt{n}}}{\dfrac{4}{\sqrt{n}} - 3} = -\dfrac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{3}}$

- $C = \lim \dfrac{\cos\left(\sqrt{n}\pi\right)}{n} = 0$

  (Vì $-1 \le \cos\left(\sqrt{n}\pi\right) \le 1$ nên $-\dfrac{1}{n} \le \dfrac{\cos\left(\sqrt{n}\pi\right)}{n} \le \dfrac{1}{n}$, mặt khác

  $\lim -\dfrac{1}{n} = \lim \dfrac{1}{n} = 0$ do đó $\lim \cos \dfrac{\sqrt{n}\pi}{n} = 0$)

- $D = \lim \dfrac{2n + 5}{n.3^n} = \lim \dfrac{n\left(2 + \dfrac{5}{n}\right)}{n.3^n} = \lim \dfrac{2 + \dfrac{5}{n}}{3^n} = 0$

  (vì $\lim\left(2 + \dfrac{5}{n}\right) = 0$ và $\lim 3^n = +\infty$ nên $D = 0$)

Ta thấy kết quả của D sai. **Vậy ta chọn D**

Bài 357. Ta có:

$$\lim \frac{4n^3 - 4n^2 + 5}{(4n-1)\left(2n^2+1\right)} = \lim \frac{n^3\left(4 - \frac{4}{n} + \frac{5}{n^3}\right)}{n\left(4 - \frac{1}{n}\right)n^2\left(2 + \frac{1}{n^2}\right)}$$

$$= \frac{4 - \frac{4}{n} + \frac{5}{n^3}}{\left(4 - \frac{1}{n}\right)\left(2 + \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Vậy ta chọn B.

Bài 358. Ta có $A = \lim \frac{\sqrt{4n+2} - \sqrt{3n+4}}{\sqrt{n}+1}$

Nhận xét : bài toán này học sinh dễ mắc phải là nhân lượng liên hợp, nếu nhìn kỹ bài toán này có bậc tử và bậc mẫu bằng nhau do đó ta chỉ cần đặt $\sqrt{n}$ làm thừa số chung.

Khi đó : $A = \lim \frac{\sqrt{n}\sqrt{4 + \frac{2}{n}} - \sqrt{n}\sqrt{3 + \frac{4}{n}}}{\sqrt{n}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)}$

$$= \lim \frac{\sqrt{4 + \frac{2}{n}} - \sqrt{2 + \frac{4}{n}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{n}}} = 2 - \sqrt{3}$$

Vậy ta chọn D

Bài 359. Ta có:

$$B = \lim\left(n + \sqrt[3]{3n^2 - n^3}\right)$$

$$= \lim \frac{\left(n + \sqrt[3]{3n^2 - n^3}\right)\left[n^2 - n\sqrt[3]{3n^2 - n^3} + \left(\sqrt[3]{3n^2 - n^3}\right)^2\right]}{n^2 - n\sqrt[3]{3n^2 - n^3} + \left(\sqrt[3]{3n^2 - n^3}\right)^2}$$

$$= \lim \frac{n^3 + 3n^2 - n^3}{n^2 - n\sqrt[3]{n^3\left(\frac{3}{n} - 1\right)} + \left(\sqrt[3]{n^3\left(\frac{3}{n} - 1\right)}\right)^2}$$

$$= \lim \frac{3n^2}{n^2 - n^2\sqrt[3]{\frac{3}{n} - 1} + \left(n\sqrt[3]{\frac{3}{n} - 1}\right)^2}$$

$$= \lim \frac{3n^2}{n^2\left[1 - \sqrt[3]{\frac{3}{n} - 1} + \left(\sqrt[3]{\frac{3}{n} - 1}\right)^2\right]}$$

$$= \lim \frac{3}{1 - \sqrt[3]{\frac{3}{n} - 1} + \left(\sqrt[3]{\frac{3}{n} - 1}\right)^2} = \frac{3}{1 + 1 + 1} = 1$$

Vậy ta chọn D

Bài :60.

$$E = \lim \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 4n}}$$

(nhân lượng liên hợp: $\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 4n}$)

$$= \lim \frac{\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 + 4n}}{\left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 4n}\right)\left(\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 + 4n}\right)}$$

$$= \lim \frac{\sqrt{n^2\left(1 + \frac{2}{n^2}\right)} + \sqrt{n^2\left(1 + \frac{4}{n}\right)}}{n^2 + 2 - n^2 - 4n} = \lim \frac{n\left(\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}}\right)}{n\left(\frac{2}{n} - 4\right)}$$

$$= \lim \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{4}{n}}}{\frac{2}{n} - 4} = \frac{1 + 1}{-4} = -\frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn C

Bài :61.

$$E = \lim\left(\sqrt[3]{n^3 + n^2} - n\right)$$

(nhân lượng liên hợp $\left(\sqrt[3]{n^3 + n^2}\right)^2 + n\sqrt[3]{n^3 + n^2} + n^2$)

$$= \lim \frac{\left(\sqrt[3]{n^3 + n^2} - n\right)\left[\left(\sqrt[3]{n^3 + n^2}\right)^2 + n\sqrt[3]{n^3 + n^2} + n^2\right]}{\left(\sqrt[3]{n^3 + n^2}\right)^2 + n\sqrt[3]{n^3 + n^2} + n^2}$$

$$= \lim \frac{n^3 + n^2 - n^3}{\left(\sqrt[3]{n^3\left(1 + \frac{1}{n}\right)}\right)^2 + n\sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{n}\right)n^3} + n^2}$$

$$= \lim \frac{n^2}{n^2\left[\left(\sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}}\right)^2 + \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} + 1\right]} = \lim \frac{1}{1 + 1 + 1} = \frac{1}{3}$$

Vậy ta chọn B.

Bài 362. Ta có:

$$\lim\left(\frac{n}{n - 1} - \frac{4n^2 + 4}{n^2 + 5n + 3}\right) = \lim \frac{n}{n - 1} - \lim \frac{4n^2 + 4}{n^2 + 5n + 3}$$

$$= \lim \frac{n}{n\left(1 - \frac{1}{n}\right)} - \lim \frac{n^2\left(4 + \frac{4}{n^2}\right)}{n^2\left(1 + \frac{5}{n} + \frac{3}{n^2}\right)} = \lim \frac{1}{1 - \frac{1}{n}} - \lim \frac{4 + \frac{4}{n^2}}{1 + \frac{5}{n} + \frac{3}{n^2}}$$

$$= \frac{1}{1 - 0} - \frac{4 + 0}{1 + 0 + 0} = -3$$

Vậy ta chọn A

Bài 363.

$$E = \lim\left(1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right)$$

Nhận lượng liên hợp $\left(1 + n^2 + \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right)$

$$E = \lim \frac{\left(1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right)\left(1 + n^2 + \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right)}{\left(1 + n^2 + \sqrt{n^4 + 3n + 1}\right)}$$

$$= \lim \frac{\left(1 + n^2\right)^2 - \left(n^4 + 3n + 1\right)}{1 + n^2 + \sqrt{n^4 + 3n + 1}} = \lim \frac{2n^2 - 3n}{1 + n^2 + n^2\sqrt{1 + \frac{3}{n^3} + \frac{1}{n^4}}}$$

$$= \lim \frac{n^2\left(2 - \frac{3}{n}\right)}{n^2\left(\frac{1}{n} + 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{n^3} + \frac{1}{n^4}}\right)} = \lim \frac{2 - \frac{3}{n}}{\frac{1}{n} + 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{n^3} - \frac{1}{n^4}}} = 1$$

Vậy ta chọn C

Bài 364. $\lim\left(n-\sqrt[3]{n^3+3n^2+5}\right)$

$$=\lim\frac{\left(n-\sqrt[3]{n^3+3n^2+5}\right)\left[n^2+n\sqrt[3]{n^3+3n^2+5}+\left(\sqrt[3]{n^3+3n^2+5}\right)^2\right]}{n^2+n\sqrt[3]{n^3+3n^2+5}+\left(\sqrt[3]{n^3+3n^2+5}\right)^2}$$

$$=\lim\frac{n^3-\left(n^3+3n^2+5\right)}{n^2+n.n\sqrt[3]{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^3}}+\left(n\sqrt[3]{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^3}}\right)^2}$$

$$=\lim\frac{-n^2\left(3+\frac{5}{n^2}\right)}{n^2\left(1+\sqrt[3]{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^3}}+\left(\sqrt{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^3}}\right)\right)^2}$$

$$=\lim\frac{-\left(3+\frac{5}{n^2}\right)}{1+\sqrt[1]{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}}+\left(\sqrt[3]{1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^3}}\right)^2}=-1$$

Vậy ta chọn B

Bài 365.

$$E=\lim\frac{\left(n^2-4n\right)\left(5n^3+6\right)}{\left(n^4-1\right)n}=\lim\frac{n^2\left(1-\frac{4}{n}\right)n^3\left(5+\frac{6}{n^3}\right)}{n^4\left(1-\frac{1}{n^4}\right)n}$$

$$=\lim\frac{\left(1-\frac{4}{n}\right)\left(5+\frac{6}{n^3}\right)}{\left(1-\frac{1}{n^4}\right)}=\frac{(1-0)(5-0)}{1-0}=5$$

Vậy ta chọn D

Bài 366: $E=\lim\dfrac{\left(n^2-4\right)^{10}\left(3n^3+5\right)^4}{(2n+1)^6(3n+6)^6\left(3n^2+2\right)^5}$

$$=\lim\frac{\left[n^2\left(1-\frac{4}{n^2}\right)\right]^{10}\left[n^3\left(3+\frac{5}{n^3}\right)\right]^4}{\left[n\left(2+\frac{1}{n}\right)\right]^6\left[n\left(3+\frac{6}{n}\right)\right]^6\left[n^2\left(3+\frac{2}{n^2}\right)\right]^{10}}$$

$$= \lim \frac{n^{20}\left(1-\frac{4}{n^2}\right)^{10}.n^{12}\left(3+\frac{5}{n^3}\right)^4}{n^6\left(2-\frac{4}{n^2}\right)^6.n^6\left(3+\frac{6}{n}\right)^6.n^{20}\left(3+\frac{2}{n^2}\right)^{10}}$$

$$= \lim \frac{\left(1-\frac{4}{n^2}\right)^{10}\left(3+\frac{5}{n^5}\right)^4}{\left(2-\frac{4}{n^2}\right)^6\left(3+\frac{6}{n}\right)^6\left(3+\frac{2}{n^2}\right)^{10}} = \frac{(1-0)^{10}(3+0)^4}{(2-0)^6(3+0)^6(3+0)^{10}} = \frac{1}{18^6}$$

Vậy ta chọn D

Bài 367.

$$E = \lim \frac{\left(n^2-4n\right)^8+27}{\left(4n^4+2n^3\right)^4-27} = \lim \frac{\left[n^2\left(1-\frac{4}{n}\right)\right]^8+27}{\left[n^4\left(4+\frac{2}{n}\right)\right]^4-27}$$

$$= \lim \frac{n^{16}\left(1-\frac{4}{n}\right)^8+27}{n^{16}\left(4+\frac{2}{n}\right)^4-27} = \lim \frac{n^{16}\left[\left(1-\frac{4}{n}\right)^8+\frac{27}{n^{16}}\right]}{n^{16}\left[\left(4+\frac{2}{n}\right)^4-\frac{27}{n^{16}}\right]}$$

$$= \lim \frac{\left(1-\frac{4}{n}\right)^8+\frac{27}{n^{16}}}{\left(4+\frac{2}{n}\right)^4-\frac{27}{n^6}} = \frac{(1-0)^8+0}{(4+0)^4-0} = \frac{1}{256}$$

Vậy ta chọn D

Bài 368.

$$E = \lim \frac{6.5^{n-1}+4^n+5}{9.4^{n-2}-4.5^{n+2}}$$

$$= \lim \frac{6.\frac{5^n}{5}+4^n+5}{9.\frac{4^n}{4^2}-4.5^2.5^n} = \lim \frac{5^n\left(\frac{6}{5}+\frac{4^n}{5^n}+\frac{5}{5^n}\right)}{5^n\left(\frac{9}{16}.\frac{4^n}{5^n}-100\right)}$$

$$= \lim \frac{\frac{6}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^n+5\left(\frac{1}{5}\right)^n}{\frac{9}{16}\left(\frac{4}{5}\right)^n-100} = \frac{\frac{6}{5}+0+0}{0-100} = \frac{-3}{250}$$

Vậy ta chọn B

Bài 369.

$$E=\lim\frac{\sqrt{4n^2+1}-2n-1}{\sqrt{n^2+4n+1}-n}$$

Nhân hai lượng liên hợp $\left(\sqrt{4n^2+1}+(2n+1)\right)\left(\sqrt{n^2+4n+1}+n\right)$

$$E=\frac{\left[\sqrt{4n^2+1}-(2n+1)\right]\left[\sqrt{4n^2+1}+(2n+1)\right]\left(\sqrt{n^2+4n+1}+n\right)}{\left(\sqrt{n^2+4n+1}-n\right)\left(\sqrt{n^2+4n+1}+n\right)\left(\sqrt{4n^2+1}+2n+1\right)}$$

$$=\lim\frac{\left[4n^2+1-(2n+1)^2\right]\left[\sqrt{n^2+4n+1}+n\right]}{\left(n^2+4n+1-n^2\right)\left(\sqrt{4n^2+1}+2n+1\right)}$$

$$=\lim\frac{-4n.n\left(\sqrt{1+\frac{4}{n}+\frac{1}{n^2}}+1\right)}{n\left(4+\frac{1}{n}\right)n\left(\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}+2+\frac{1}{n}\right)}$$

$$=\lim\frac{-4\left(\sqrt{1+\frac{4}{n}+\frac{1}{n^2}}+1\right)}{\left(4+\frac{1}{n}\right)\left(\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}+2+\frac{1}{n}\right)}=\frac{-4\left(\sqrt{1}+1\right)}{4\left(\sqrt{4}+2\right)}=-\frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn B

Bài 370.

$$E=\lim\frac{\sqrt[3]{n^3+n-4}-\sqrt[3]{8n^3+4}}{n+3}$$

$$=\lim\frac{n\sqrt[3]{1+\frac{1}{n^2}-\frac{4}{n^3}}-n\sqrt[3]{8+\frac{4}{n^3}}}{n+3}=\lim\frac{\left(\sqrt[3]{1+\frac{1}{n^2}-\frac{4}{n^3}}-\sqrt[3]{8+\frac{4}{n^3}}\right)n}{n\left(1+\frac{3}{n}\right)}$$

$$=\lim\frac{\sqrt[3]{1+\frac{1}{n^2}-\frac{4}{n^3}}-\sqrt[3]{8+\frac{4}{n^3}}}{1+\frac{3}{n}}=\frac{1-\sqrt[3]{8}}{1+0}=-1$$

Vậy ta chọn A.

Bài 371:

$$E = \lim\frac{\left(2n\sqrt{n}+1\right)\left(\sqrt{n}+3\right)}{(n+1)(n+2)} = \lim\frac{n\sqrt{n}\left(2+\frac{1}{n\sqrt{n}}\right).\sqrt{n}\left(1+\frac{3}{\sqrt{n}}\right)}{n^2\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)}$$

$$= \lim\frac{\left(2+\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)\left(1+\frac{3}{n}\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)} = \frac{(2+0)(1+0)}{(1+0)(1+0)} = 2$$

Vậy ta chọn B

Bài 372. Ta có: $\lim\frac{(-1)^n\, 2^{5n+1}}{3^{5n+2}} = \lim(-1)^n.\frac{2}{9}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

Vậy ta chọn D

Bài 373. Ta có :

$$\lim\frac{4.3^n+7^{n+1}}{2.5^n+7^{n-1}} = \lim\frac{4.3^n+7.7^n}{2.5^n+\frac{7^n}{7}}$$

$$= \lim\frac{7^n\left(4.\left(\frac{3}{7}\right)^n+7\right)}{7^n\left(2.\left(\frac{5}{7}\right)^n+\frac{1}{7}\right)} = \lim\frac{4\left(\frac{3}{7}\right)^n+7}{2\left(\frac{5}{7}\right)^n+\frac{1}{7}} = 49$$

Vậy ta chọn B

Bài 374.

Ta có: $\lim\frac{n^2+\sqrt[3]{1-n^6}}{\sqrt{n^4+1}+n^2} = \lim\frac{n^2+\sqrt[3]{n^6\left(\frac{1}{n^6}-1\right)}}{\sqrt{n^4\left(1+\frac{1}{n^4}\right)}+n^2} = \lim\frac{n^2\left(1+\sqrt[3]{\frac{1}{n^6}-1}\right)}{n^2\left(\sqrt{1+\frac{1}{n^4}}+1\right)}$

$$= \lim\frac{1+\sqrt[3]{\frac{1}{n^6}-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^4}}+1} = \frac{1+\sqrt[3]{-1}}{\sqrt{1}+1} = 0$$

Vậy ta chọn C

Bài 375. $\lim\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1}\right)$

$$=\lim\frac{\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1}\right)\left(\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+1}\right)}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+1}}$$

$$=\lim\frac{n^2+n-\left(n^2+1\right)}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n}\right)}+\sqrt{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}}$$

$$=\lim\frac{n\left(1-\frac{1}{n}\right)}{n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}\right)}=\lim\frac{1-\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}=\frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn C.

Bài 376.

$$\lim\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n}+1}.\left(\frac{n+1}{n}\right)^n=\lim\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n}+1}.\lim\left(\frac{n+1}{n}\right)^n$$

$$=\lim\frac{2}{1+\frac{1}{\sqrt{n}}}.\lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=2.e$$

Vậy ta chọn C

Bài 377.

Theo đề cho ta có: $u_1=1,\ q=-\frac{1}{2}$

$$S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

Vậy ta chọn A

Bài 378. Ta có : $\lim\left[\left(-\frac{\sqrt{2}}{e}\right)^n+\frac{3^n}{4^n}\right]=\lim\left(-\frac{\sqrt{2}}{e}\right)^n+\lim\left(\frac{3}{4}\right)^n=0$

Vậy ta chọn A

Bài 379.

Ta có: a = 0,212121...

= 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + ...

$$=21\left(\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^4}+\frac{1}{10^6}+\ldots\right)$$

Tổng $S = \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \ldots$ là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = \frac{1}{10^2}, q = \frac{1}{10^2}$

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{10^2}}{1 - \frac{1}{10^2}} = \frac{1}{99} \text{ do } A = 21.\frac{1}{99} = \frac{7}{33}$$

Cách khác: Các em có thể sử dụng máy tính bỏ túi để kiểm tra kết quả

Vậy ta chọn D

Bài 380. $S = 1 + 0,9 + (0,9)^2 + (0,9)^3 + \ldots + (0,9)^{n-1} + \ldots$

Đây là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1$, $q = 0,9$

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-0,9} = 10.$$

Vậy ta chọn B

Bài 381.

- $S = 1 + q + q^2 + q^3 + \ldots, |q| < 1$ là tổng cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1, q = q$

  Khi đó : $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-q} \Rightarrow q = \frac{S-1}{S}$ (1)

- Tương tự: $T = \frac{1}{1-Q} \Rightarrow Q = \frac{T-1}{T}$ (2)

- $E = 1 + q.Q + q^2.Q^2 + q^3.Q^3 + \ldots$ là tổng cấp số nhân lùi vô hạn công bội qQ (vì $|qQ| < 1$, và $u_1 = 1$)

$$E = \frac{u_1}{1-qQ} \quad (3)$$

Thay (1), (2) vào (3): $E = \frac{u_1}{1 - \frac{T-1}{T}.\frac{S-1}{S}} \Rightarrow A = \frac{ST}{S+T-1}$

Vậy ta chọn C

Bài 382. Ta luôn có: $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ áp dụng vào u_n

- $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1}$$

Do đó: $\lim u_n = \lim\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1$. **Vậy ta chọn B.**

Bài383. Ta luôn có: $\frac{1}{(2k+1)(2k+1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}\right)$

$$u_n = \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) + \ldots + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+1}\right)$$

Do đó $\lim u_n = \lim \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+1}\right) = \frac{1}{6}$

Vậy ta chọn B

Bài384.

- Dãy số 1, 2, 3, ..., n là cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ số hạng cuối cùng $u_n = n$ và công sai $d = 1$

  Khi đó $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

- Viết lại : $u_n = \frac{n(n+1)}{2(n^2+1)}$

$$\lim u_n = \lim \frac{n(n+1)}{2(n^2+1)} = \lim \frac{n^2\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{n^2\left(2 + \frac{2}{n^2}\right)} = \lim \frac{1 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{2}{n^2}} = \frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn B

Bài385.

- $u_n = \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 + \ldots + \left(\sqrt{2}\right)^n$ đây là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân với $v_1 = \sqrt{2}, q = \sqrt{2}$

$$u_n = \frac{1 - q^n}{1 - q} v_1 = \frac{1 - \left(\sqrt{2}\right)^n}{1 - \sqrt{2}}.\sqrt{2}$$

Vậy $\lim u_n = \lim \frac{1 - \left(\sqrt{2}\right)^n}{1 - \sqrt{2}}.\sqrt{2} = \lim \frac{\left[\left(\sqrt{2}\right)^n - 1\right]\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = +\infty$

(Vì $\sqrt{2} > 1$ và $\lim\left(\sqrt{2}\right)^n = +\infty$)

Vậy ta chọn C

§2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Bài 386. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3}{x^2+3x+4}=\dfrac{4+3}{4+6+4}=\dfrac{7}{14}=\dfrac{1}{2}$

Vậy ta chọn B

Bài 387. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+3x}$ (Dạng vô định $\dfrac{0}{0}$)

$$=\lim_{x\to -3}\frac{(x+3)(x+2)}{x(x+3)}=\lim_{x\to -3}\frac{x+2}{x}=\frac{1}{3}$$

Vậy ta chọn D

Bài 388.

$E=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4-x^2}{\sqrt{x+7}-3}$ (Dạng $\dfrac{0}{0}$ nhân không liên hợp $\sqrt{x+7}+3$)

$$=\lim_{x\to 2}\frac{-(x^2-4)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}{(\sqrt{x+7}-3)(\sqrt{x+7}+3)}=\lim_{x\to 2}\frac{-(x-2)(x+2)(\sqrt{x+7}+3)}{x+7-9}$$

$$=-\lim_{x\to 2}\left[(x+2)(\sqrt{x+7}+3)\right]=-24$$

Vậy ta chọn D

Bài 389. $E=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x}(\dfrac{1}{x+1}-1)$ (Dạng vô định $0.\infty$)

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{1-x-1}{x(x+1)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-1}{x+1}=-1$$

Vậy ta chọn B

Bài 390. $E=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+4}-2}{4-\sqrt{2x^2+8}}$ (Dạng vô định $\dfrac{0}{0}$)

Nhân tử và mẫu hai lượng liên hợp:

$$\left[\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2+2\sqrt[3]{x^2+4}+4\right]\left[4+\sqrt{2x^2+8}\right]$$

$$E=\lim_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt[3]{x^2+4}-2\right)\left[\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2+2\sqrt[3]{x^2+4}+4\right]\left(4+\sqrt{2x^2+8}\right)}{\left(4-\sqrt{2x^2+8}\right)\left(4+\sqrt{2x^2+8}\right)\left[\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2+2\sqrt[3]{x^2+4}+4\right]}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x^2+4-8)\left(4+\sqrt{2x^2+8}\right)}{\left(16-2x^2-8\right)\left[\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2+2\sqrt[3]{x^2+4}+4\right]}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x^2-4)\left(4+\sqrt{2x^2+8}\right)}{(-2(x^2-4)\left[\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2 + 2\sqrt[3]{x^2+4}+4\right]}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{4+\sqrt{2x^2+8}}{-2\left[\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2 + 2\sqrt[3]{x^2+4}+4\right]} = \frac{8}{-24} = -\frac{1}{3}$$

Vậy ta chọn D

Bài 91. $E = \lim_{x \to -2} \frac{\sqrt[4]{x^2+12}-2}{x^2-4}$ (Dạng vô định $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \to -2} \frac{\left(\sqrt[4]{x^2+12}-2\right)\left(\sqrt[4]{x^2+12}+2\right)}{\left(x^2-4\right)\left(\sqrt[4]{x^2+12}+2\right)}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{\sqrt{x^2+12}-4}{\left(x^2-4\right)\left(\sqrt[4]{x^2+12}+2\right)}$$ (Vẫn còn dạng vô định $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \to -2} \frac{\left(\sqrt{x^2+12}-4\right)\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)}{(x^2-4)\left(\sqrt[4]{x^2+12}+2\right)\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{x^2+12-16}{(x^2-4)\left(\sqrt[4]{x^2+12}+2\right)\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{1}{\left(\sqrt[4]{x^2+12}+2\right)\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)} = \frac{1}{32}$$

Vậy ta chọn B

Bài 92:

$E = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[6]{x}-1}{x^2-1}$ (Dạng vô định $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt[6]{x}-1\right)\left(\sqrt[6]{x^2}+\sqrt[6]{x}+1\right)}{(x^2-1)\left(\sqrt[6]{x^2}+\sqrt[6]{x}+1\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{(x^2-1)\left(\sqrt[6]{x^2}+\sqrt[6]{x}+1\right)}$$ (Vẫn dạng vô định $\frac{0}{0}$)

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(x+1)\left(\sqrt[6]{x^2}+\sqrt[6]{x}+1\right)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{1}{(x+1)\left(\sqrt[6]{x^2}+\sqrt[6]{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{1}{12}$$

Vậy ta chọn C

Bài 393. $E = \lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)$ (Dạng $\infty - \infty$)

Nhân và chia liên hợp $x+\sqrt{x^2+5x}$

$$E = \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(x-\sqrt{x^2+5x}\right)\left(x+\sqrt{x^2+5x}\right)}{x+\sqrt{x^2+5x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x^2-5x}{x+|x|\sqrt{1+\frac{5}{x}}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{-5x}{x+x\sqrt{1+\frac{5}{x}}}$$ (Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}|x| = \lim\limits_{x\to+\infty} x$)

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{-5}{1+\sqrt{1+\frac{5}{x}}} = \frac{-5}{1+\sqrt{1+0}} = -\frac{5}{2}$$

Vậy ta chọn A

Bài 394.

$$E = \lim_{x\to-\infty}\frac{(-x^2+1)^3(1-2x)^{94}}{2x^{100}+3} = \lim_{x\to-\infty}\frac{\left[x^2\left(-1+\frac{1}{x^2}\right)\right]^3\left[x\left(\frac{1}{x}-2\right)\right]^{94}}{x^{100}\left(2+\frac{3}{x^{100}}\right)}$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{x^6\left(-1+\frac{1}{x^2}\right)^3 x^{94}\left(\frac{1}{x}-2\right)^{94}}{x^{100}\left(2+\frac{3}{x^{100}}\right)}$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{\left(-1+\frac{1}{x^2}\right)^3\left(\frac{1}{x}-2\right)^{94}}{2+\frac{3}{x^{100}}} = \frac{-(1)^3.(-2)^{94}}{2} = -2^{93}$$

Vậy ta chọn B

Bài 95. $E = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 + \sqrt{2x^2 - x}}{2 - 3x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 + |x|\sqrt{2 - \dfrac{1}{x}}}{x\left(\dfrac{2}{x} - 3\right)}$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 - x\sqrt{2 - \dfrac{1}{x}}}{x\left(\dfrac{2}{x} - 3\right)}$ (Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} |x| = \lim\limits_{x \to -\infty} (-x)$)

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(\dfrac{1}{x} - \sqrt{2 - \dfrac{1}{x}}\right)}{x\left(\dfrac{2}{x} - 3\right)} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\dfrac{1}{x} - \sqrt{2 - \dfrac{1}{x}}}{\dfrac{2}{x} - 3} = \frac{0 - \sqrt{2 - 0}}{0 - 3} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Vậy ta chọn B

Bài 96. Ta có $E = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{-3x - 1}{x - 1}$

Vì $\lim\limits_{x \to 1^-} (-3x - 1) = -4 < 0$ $\lim\limits_{x \to 1^-} (x - 1) = 0$ và $x - 1 < 0$ $\forall x < 1$,

nên $E = +\infty$.

Vậy ta chọn D

Bài 97. Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 - x^2}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2\left(\dfrac{1}{x^2} - 1\right)}{x^2\left(\dfrac{1}{x}\right)} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\left(\dfrac{1}{x^2}\right) - 1}{\dfrac{1}{x}}$

Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{1}{x^2} - 1\right) = -1 < 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ và $x \to -\infty$ thì $\dfrac{1}{x} < 0$

Nên $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 - x^2}{x} = +\infty$

Vậy ta chọn A

Bài 98. $E = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{4x + 1}{1 - x}$

Vì $\lim\limits_{x \to 1^+} (4x + 1) = 5$, $\lim\limits_{x \to 1^+} (1 - x) = 0$ Và $1 - x < 0$, $\forall x > 1$

Nên $E = -\infty$. **Vậy ta chọn D**

Bài 99. $E = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{3x + 2}{x - 1}$

vì $\lim\limits_{x \to 1^+} (3x + 2) = 5$, $\lim\limits_{x \to 1^+} (x - 1) = 0$ Và $x - 1 > 0$, $\forall x > 1$ Nên $E = +\infty$

Vậy ta chọn C

Bài 400. $E = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{3x + 2}{x - 1}$

Vì $\lim\limits_{x \to 1^-} \left(3x + 2\right) = 5$, $\lim\limits_{x \to 1^-} (x - 1) = 0$ và $x\text{-}1 < 0$, $\forall x < 1$

Nên $E = -\infty$

Vậy ta chọn B

Bài 401. $E = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{4 - 5x}{2 - x}$

Vì $\lim\limits_{x \to 2^-} \left(2 - x\right) = 0$, $\lim\limits_{x \to 2^-} \left(4 - 5x\right) = -2$ và $2 - x > 0, \forall x < 2$

Nên $E = +\infty$

Vậy ta chọn C

§3. HÀM SỐ LIÊN TỤC.

Bài 402. Ta có $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{nếu } x > 2 \\ 5 - mx & \text{nếu } x \le 2 \end{cases}$

- $f'(2) = 5 - 2m$
- $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{(x - 2)(x + 1)}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^+} (x +) = 3$
- $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} (5 - mx) = 5 - 2m$

Để hàm số liên tục tại $x = 2$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 3 = 5 - 2m \Leftrightarrow m = 1$

Vậy ta chọn D

Bài 403. Ta có $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} & \text{nếu } x \ne 3 \\ m & \text{nếu } x = 3 \end{cases}$

- $f(3) = m$
- $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{(3 - x)(\sqrt{x + 1} + 2)}{(\sqrt{x + 1} - 2)(\sqrt{x + 1} + 2)}$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{-(x - 3)(\sqrt{x + 1} + 2)}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \left[-\left(\sqrt{x + 1} + 2\right) \right] = -4$$

Để hàm số liên tục tại $x = 3 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow m = -4$

Vậy ta chọn D.

Bài 404. Ta có $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+8}-3}{x^2-4x+3}, & x<1\\ \dfrac{1}{6}\cos\pi x+a^2-x, & x\ge 1\end{cases}$

- $f(1)=\dfrac{1}{6}\cos\pi+a^2-1=-\dfrac{1}{6}+a^2-1$
- $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\left(\dfrac{1}{6}\cos\pi x+a^2-x\right)=-\dfrac{1}{6}+a^2-1$
- $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sqrt{x^2+8}-3}{x^2-4x+3}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+8}-3\right)\left(\sqrt{x^2+8}+3\right)}{\left(x^2-4x+3\right)\left(\sqrt{x^2+8}+3\right)}$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2+8-9}{\left(x^2-4x+3\right)\left(\sqrt{x^2+8}-3\right)}=\lim_{x\to1^-}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-3)\left(\sqrt{x^2+8}+3\right)}$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{x+1}{(x-3)\left(\sqrt{x^2+8}+3\right)}=-\frac{1}{6}$$

Để hàm số liên tục tại $x=1\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=f(1)$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{6}+a^2-1=-\dfrac{1}{6}\Leftrightarrow a=\pm1$.

Vậy ta chọn A.

Bài 405. Ta có định lí : Mọi hàm sơ cấp đều liên tục trên từng **khoảng** xác định.

Do đó: Phương án A sai vì tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

Phương án B sai vì tanx chỉ xác định khi $x\ne\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

Phương án D sai vì $1+\sin x\ne0$, nghĩa là hàm số chỉ xác **định khi** $x\ne-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

Phương án C đúng vì hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}$ nên **nó liên** tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy ta chọn C.

Bài 406.

- Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}$ là : $[1;+\infty)$ suy ra y không **liên** tục trên $(0;+\infty)$
- Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sin x+2}{x^2-1}$ là $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ suy **ra y** không liên tục trên $(0;+\infty)$

- Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{3-2x}{\sqrt{x+1}}$ là $(-1; +\infty)$. Suy ra y liên tục trên $(-1; +\infty)$. Mặt khác $(-1; +\infty) \supset (0; +\infty)$ nên y cũng liên tục trên $(0; +\infty)$.
- Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - x}$ là $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. Suy ra y không liên tục trên $(0; +\infty)$.

Vậy ta chọn C.

Bài 407. Hàm số $y = \cot x$ xác định trên từng khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$ $(k \in \mathbb{Z})$ do đó trong 4 phương án thì hàm số $y = \cot x$ chỉ xác định trên $(0; \pi)$ do đó nó liên tục trên $(0; \pi)$.

Vậy ta chọn D.

Bài 408. Hàm số $y = \tan x.\cot x$ xác định khi $\begin{cases} x \neq k_1\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + k_2\pi \end{cases}$ $(k_1; k_2 \in \mathbb{Z})$

Do đó trong bốn khoảng của đề bài thì chỉ có $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ thoả điều kiện xác định của hàm số $y = \tan x \cot x$. Nghĩa là nó liên tục trên $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Vậy ta chọn A.

Bài 409. Chỉ có phương án D là sai vì $y = \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{x^2+1}{x-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ do đó nó không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy ta chọn D

Bài 410. Lời giải khởi sai từ bước 3 vì $\dfrac{A.B}{A} = B$ chỉ đúng khi $A \neq 0$. Do đó không đơn giản được cho $x - 1$ (vì $x - 1 = 0$ khi $x = 1$)

Vậy ta chọn C

Bài 411. Lời giải khởi sai từ bước 4 vì lời giải nhầm lẫn định lí sau đây: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $(a ; b)$.

Do đó : Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì không thể kết luận về số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên $(a ; b)$

Trở lại bài toán đang xét: Dễ thấy $x = \dfrac{1}{2} \in (0; 1)$ và $x = \dfrac{1}{2}$ là 1 nghiệm của phương trình $2x^3 + 3x^2 - 6x + 2 = 0$. Do đó phương trình đã cho không vô nghiệm trên $(0; 1)$.

Vậy ta chọn D.

Bài 42: Ta có: $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 2}{x + 1}$

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+2) - \left(x^2 + x + 2\right)}{(x+1)^2}\left(\text{theo}\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}\right) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2}$$

Vậy $f'(1) = \dfrac{1 + 2.1 - 1}{(1+1)^2} = \dfrac{1}{2}$

Vậy ta chọn A

Bài 43: Ta có: $f(x) = \sin 3x + 4\cos\dfrac{x}{2}$

- $f'(x) = (3x)'.\cos 3x - 4\left(\dfrac{x}{2}\right)'\sin\dfrac{x}{2} = 3\cos 3x - 2\sin\dfrac{x}{2}$
- $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 3\cos 3\dfrac{\pi}{3} - 2\sin\dfrac{\pi}{6} = -3 - 1 = -4$

Vậy ta chọn D

Bài 44: Ta có: $f(x) = \dfrac{\sin 2x}{4} - \cos x + \dfrac{3}{2}x$

- $f'(x) = \dfrac{1}{2}\cos 2x + \sin x + \dfrac{3}{2}$
- $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\cos 2x + \sin x + \dfrac{3}{2} \geq 0$

$\Rightarrow 1 - 2\sin x^2 + 2\sin x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \sin x^2 - \sin x - 2 \geq 0$ (*)

Đặt $t = \sin x$, $-1 \leq t \leq 1$ phương trình trở thành: $t^2 - t - 2 \geq 0$

$\Rightarrow -1 \leq t \leq 2$ so điều kiện ta được nghiệm $-1 \leq t \leq 1$

Do đó (*) $\Leftrightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow \forall x \in (-\infty, +\infty)$

Vậy ta chọn C

Bài 45: Ta có: $f(x) = 5x^2 + 7 - 16\sqrt{x}$

- $f'(x) = 10x - \dfrac{8}{\sqrt{x}}$
- $f'(4) = 10.4 - \dfrac{8}{\sqrt{4}} = 36$

Vậy ta chọn C

Bài 416: Ta có: $f(x) = \dfrac{(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^2}$

- $$f'(x) = \frac{\left[(2-x^2)(3-x^3)\right]'(1-x)^2 - \left[(1-x)^2\right]'(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^4}$$

$$= \frac{\left[\left(2-x^2\right)'\left(3-x^3\right)+\left(3-x^3\right)'\left(2-x^2\right)\right]\left(1-x\right)^2 - 2(1-x)'(1-x)(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^4}$$

$$= \frac{\left[-2x(3-x^3)-3x^2(2-x^2)\right](1-x)+2(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^3}$$

$$= \frac{(5x^4-6x^2-6x)(1-x)+(4-2x^2)(3-x^3)}{(1-x)^3}$$

$$= \frac{5x^4-5x^5-6x^2+6x^3-6x+6x^2+12-4x^3-6x^2+2x^5}{(1-x)^3}$$

$$= \frac{-3x^5+5x^4+2x^3-6x^2-6x+12}{(1-x)^3}$$

$$f'(-1) = \frac{-3(-1)^5+5(-1)^4+2(-1)^3-6(-1)^2-6(-1)+12}{(1+1)^3} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Vậy ta chọn B

Bài 417: Ta có: $f(x) = 3x + \dfrac{60}{x} - \dfrac{64}{x^3} + 5$

- $f'(x) = 3 - \dfrac{60}{x^2} + \dfrac{192}{x^4}$
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - \dfrac{60}{x^2} + \dfrac{192}{x^4} = 0 \Leftrightarrow x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 4 \\ x^2 = 16 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \pm 4 \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn D

Bài 418: Ta có: $f(x) = \dfrac{\sin 3x}{3} + \cos x - \sqrt{3}\left(\sin x + \dfrac{\cos 3x}{3}\right)$

- $f'(x) = \cos 3x - \sin x - \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 3x - \sin x - \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x) = 0$

$\Leftrightarrow \cos 3x + \sqrt{3}\sin 3x = \sin x + \sqrt{3}\cos x$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\cos 3x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x = \dfrac{1}{2}\sin x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\cos 3x + \sin\frac{\pi}{3}\sin 3x = \cos\frac{\pi}{3}\sin x + \sin\frac{\pi}{3}\cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} - x + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. ;k \in \mathbb{Z}$$

Vậy ta chọn A

Bài 119: Ta có: $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - \frac{9}{4}x^4 + 8x - 3$

- $f'(x) = x^6 - 9x^3 + 8$
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^6 - 9x^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (x^3)^2 - 9(x^3) + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 = 1 \\ x^3 = 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn C

Bài 120: Ta có: $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x - 2}$

- $f'(x) = \dfrac{\left(x^2 - 5x + 4\right)'(x - 2) - \left(x^2 - 5x + 4\right)(x - 2)'}{(x - 2)^2}$

$$= \frac{(2x - 5)(x - 2) - x^2 + 5x - 4}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 6}{(x - 2)^2}$$

- $f'(x) \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 4x + 6}{(x - 2)^2} \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{(x - 2)^2 + 2}{(x - 2)^2} \le 0$ (1)

Nhận xét: tử số $(x - 2)^2 + 2 > 0\ \forall x$, mẫu số $(x - 2)^2 > 0$ $\forall x \ne 2$ nên (1) luôn vô nghiệm

Vậy ta chọn C

Bài 121: Ta có: $y = \cos 2x - 2\sin x$

- $y' = -2\sin 2x - 2\cos x$
- $y'' = -2(\sin 2x)' - 2(\cos x)' = -4\cos 2x + 2\sin x$
- $y''(\frac{\pi}{6}) = -4\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{\pi}{6} = -4\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = -1$

Vậy ta chọn D

Bài 422: Ta có: $\varphi(x) = \dfrac{2x-1}{x^2+1}$

- $\varphi'(x) = \dfrac{(2x-1)'(x^2+1)-(x^2+1)'(2x-1)}{(x^2+1)^2}$

$$= \frac{2(x^2+1)-2x(2x-1)}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2+2x+2}{(x^2+1)^2}$$

- $\varphi'(x) < 0 \Leftrightarrow -2x^2+2x+2<0 \Leftrightarrow -x^2+x+1<0$
- Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$-x^2+x+<0$		$-$	0	▨ $+$	0	$-$	

$$\Leftrightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$$

Vậy ta chọn A

Bài 423: Ta có: $y = \dfrac{\cos x}{2\sin^2 x}$

$$y' = \frac{(\cos x)'\sin^2 x-(\sin^2 x)'\cos x}{2\sin^4 x} = \frac{-\sin x\sin^2 x - 2\sin x\cos x\cos x}{2\sin^4 x}$$

$$= \frac{-(\sin^2 x+2\cos^2 x)}{2\sin^3 x} = \frac{-(1+\cos^2 x)}{2\sin^3 x}$$

$$y'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{-\left(1+\cos^2\frac{3\pi}{2}\right)}{2\sin^3\frac{3\pi}{2}} = \frac{-(1+0)}{-2} = \frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn D

Bài 424: Ta có: $f(x) = \dfrac{mx^3}{3} - 3x^2 + mx - 5$

- $f'(x) = mx^2 - 6x + m$
- $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow mx^2 - 6x + m \geq 0 \qquad (1)$

Nhận xét: $m = 0$: (1) $\Leftrightarrow x < 0$ không thoả $f'(x) \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R}$

Để $f'(x) \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 9 - m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq -3 \vee m \geq 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \geq 3$.

Vậy ta chọn D

Bài 425: Ta có: $f(x) = \frac{mx^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + (m+1)x - 15$

- $f'(x) = mx^2 - mx + m + 1$
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow mx^2 - mx + m + 1 < 0$ (1)

Nhận xét: $m = 0$: (1) $\Leftrightarrow 1 < 0$ vô lý $\Rightarrow m = 0$ (loại)

Để $f'(x) < 0 \, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 4m(m+1) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -\frac{4}{3} \vee m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Vậy ta chọn B

Bài 426: Ta có: $y = \cos^2\frac{x}{3}\tan\frac{x}{2}$

- $y' = \left(\cos^2\frac{x}{3}\right)'\tan\frac{x}{2} + \left(\tan\frac{x}{2}\right)'\cos^2\frac{x}{3}$

$$= 2\cos\frac{x}{3}\left(\cos\frac{x}{3}\right)'\tan\frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2}\right)'\left(1 + \tan^2\frac{x}{2}\right)\cos^2\frac{x}{3}$$

$$= -2\cos\frac{x}{3}\left(\frac{x}{3}\right)'\sin\frac{x}{3}\tan\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\left(1 + \tan^2\frac{x}{2}\right)\cos^2\frac{x}{3}$$

$$= -\frac{1}{3}\sin\frac{2x}{3}\tan\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\left(1 + \tan^2\frac{x}{2}\right)\cos^2\frac{x}{3}$$

- $y'(0) = -\frac{1}{3}.0.0 + \frac{1}{2}(1+0).1 = \frac{1}{2}$

Vậy ta chọn C

Bài 427: Ta có: $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + 2x + 1$ là:

- $f'(x) = 3x^2 + 2(a-1)x + 2$
- $f'(x) > 0 \;\; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 + 2(a-1)x + 2 > 0 \;\; \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ (a-1)^2 - 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (a-1)^2 < 6$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{6} < (a-1) < \sqrt{6} \Leftrightarrow 1 - \sqrt{6} < a < \sqrt{6} + 1$$

Vậy ta chọn D

Bài 428: Ta có: $y = \sqrt{\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}$

$$y' = \frac{\left(\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)\right)'}{2\sqrt{\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}} = \frac{2\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}{2\sqrt{\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}}$$

$$y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\cos\frac{\pi}{6}}{\sqrt{\sin\frac{\pi}{6}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Vậy ta chọn B

Bài 429: Ta có: $f(x) = \tan^2 x - 3\sin 2x$

- $f'(x) = 2\tan x(\tan x)' - 3(2x)'\cos 2x = 2\tan x(1 + \tan^2 x) - 6\cos 2x$
- $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\tan\frac{\pi}{4}\left(1 + \tan^2\frac{\pi}{4}\right) - 6\cos\frac{\pi}{2} = 4$.

Vậy ta chọn C

Bài 430: Ta có: $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

- **Hàm số xác định** $\Leftrightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$
- $f'(x) = \frac{(9 - x^2)'}{2\sqrt{9 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}}$
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -3 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3$

Vậy ta chọn A

Bài 431: Ta có: $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$

- **Tập xác định:** $D = [-2; 2]$
- $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}$
- $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4 - x^2} - x \geq 0 \\ \sqrt{4 - x^2} \neq 0 \end{cases}$
- **Giải** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{2}$
- **Bảng xét dấu** $f'(x)$:

x	$-\infty$ ▨	-2		$\sqrt{2}$		2	$+\infty$ ▨
$f'(x)$	▨	‖	+	0	−	‖	▨

Vậy $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-2; \sqrt{2}]$

Vậy ta chọn B

Bài 432:

Ta có: $f(x) = (\cos^4 x - \sin^4 x) = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$

- $f'(x) = (\cos 2x)' = -2\sin 2x$
- $f''(x) = (-2\sin 2x)' = -4\cos 2x$
- $f'(x) = -4 \Leftrightarrow -4\cos 2x = -4 \Leftrightarrow 2x = k2\pi$

$\Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Do $x \in [-4\pi; 4\pi]$

nên ta có $-4\pi \leq k\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow -4 \leq k \leq 4$ và $k \in \mathbb{Z}$

ta có $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$. Có 9 số k nghĩa là $f''(x) = -4$ có 9 nghiệm

Vậy ta chọn B

Bài 433: Ta có: $f(x) = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$

- $f'(x) = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+1 \end{array}\right.$

Vậy ta chọn A

Bài 434: Ta có: $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + (m-2)x^2 + (5m+4)x + m^2 + 1$

- $f'(x) = x^2 + 2(m-2)x + 5m + 4$
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 5m + 4 = 0 \quad (1)$

(1) Có nghiệm thoả $x_1 < -1 < x_2 \Leftrightarrow a.f'(-1) < 0$

$\Leftrightarrow 1.(1 - 2(m-2) + 5m + 4) < 0 \Leftrightarrow m < -3$

Vậy ta chọn C

Bài 435: Ta có: $y = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$

- $y' = \dfrac{\left(x^2 + 2x + 1\right)'(x-1).\left(x^2 + 2x + 1\right)(x-1)'}{(x-1)^2}$

$$= \frac{(2x+2)(x-1) - \left(x^2 + 2x + 1\right)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

- Hệ số góc của tiếp tuyến tại $x = 2$ là $y'(2) = \dfrac{4 - 4 - 3}{(2-1)^2} = -3$

Vậy ta chọn A

Bài 436: Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2$

$$y' = 3x^2 - 6x$$

- Hệ số góc của tiếp tuyến tại $x = 1$ là $y'(1) = 3 - 6 = -3$

Vậy ta chọn C

Bài 437: Ta có: $y = x^4 - 4x^2 + 3$

$$y' = 4x^3 - 8x$$

- Hệ số góc tiếp tuyến tại $x = 1$ là $y'(1) = 4 - 8 = -4$

Vậy ta chọn B

Bài 438: Ta có: $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ (C)

$$y' = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)' = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Gọi $M_0\left(x_0, \dfrac{x_0+1}{x_0-1}\right) \in (C)$ là tiếp điểm cần tìm $(x_0 > 0)$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M_0 có hệ số góc là $k = f'(x_0) = -2$

$$k = f'(x_0) = -2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \Rightarrow M(2,3) \\ x_0 = 0\,(\text{loại})\,\text{do}\; x_M > 0 \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn D

Bài 439: Ta có (C) $y = f(x) = x^3 - 3x + 5$

Gọi $M(x_0, y_0) \in (C)$ có $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = (-1)^3 - 3(-1) + 5 = 7$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(-1, 7)$ có dạng:

$\Delta: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

$y = f'(-1)(x + 1) + 7$

Với $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(-1) = 3(-1)^2 - 3 = 0$. Vậy $\Delta: y = 7$

Vậy ta chọn A

Bài 440: Ta có: (C) $y = f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(2, 3)$ có dạng:

$\Delta: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

$y = f'(2)(x - 2) + 3$

Với $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(2) = -2$

Vậy $\Delta: y = -2(x - 2) + 3 = -2x + 7$

Vậy ta chọn D

Bài 441: (P): $y = x^2 - 4x + 4$

Gọi $M(x_0, y_0) \in (P)$ có $y_o = 1 \Rightarrow 1 = x_o^2 - 4x_o + 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_o = 1 \\ x_o = 3 \end{array}\right.$

- Với $f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow f'(1) = -2, f'(3) = 2$
- Nếu $x_0 = 1 \Rightarrow M(1, 1)$ ta có phương trình tiếp tuyến là:
  $\Delta_1 : y = f'(1)(x - 1) + 1 = -2x + 3$
- Nếu $x_0 = 3 \Rightarrow M(1, 3)$ ta có phương trình tiếp tuyến là:
  $\Delta_2 : y = f'(3)(x - 3) + 3 = 2x - 5$

Vậy ta chọn C

Bài 442: Ta có (C): $y = 2x^3 - 3x^2 + 9x - 4, d : y = 7x + 4$

- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d

$$2x^3 - 3x^2 + 9x - 4 = 7x + 4 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(2x^2 + x + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ 2x^2 + x + 4 = 0\,(VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow \mathbf{x = 2 \Rightarrow y = 18}$$

Vậy (C) cắt d tại M(2, 18)

- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M(2, 18)
  $\Delta : y = f'(2)(x - 2) + 18$

  Với $f'(x) = 6x^2 - 6x + 9 \Rightarrow f'(2) = 24 - 12 + 9 = 21$

  Vậy $\Delta : y = 21(x - 2) + 18 = 21x - 24$

Vậy ta chọn B

Bài 443: Ta có $(C_m) : y = x^3 + 1 - m(x + 1)$

- (C_m) cắt Oy tại M nên ta được $x_m = 0 \Rightarrow y_m = 1 - m$
  Phương trình tiếp tuyến của (C_m) tại M:
  $\Delta : y = f'(0)(x - 0) + 1 - m$

  Với $f'(x) = 3x^2 - m \Rightarrow f'(0) = -m$

  Vậy $\Delta : y = -mx + 1 - m$

Vậy ta chọn C

Bài 444: Ta có: (C) $y = x^3 - 3x^2, d : y = \frac{1}{3}x + 5$

- Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại M (x_o, y_o): $\Delta : y = f'(x_o)(x - x_o) + y_o$
- Hệ số góc của $\Delta : k_\Delta = f'(x_o) = 3x_o^2 - 6x_o$
- Hệ số góc của d: $k_d = \frac{1}{3}$
- Do $\Delta \perp d \Rightarrow k_\Delta k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = -3 \Rightarrow 3x_o^2 - 6x_o = -3$

  $\Leftrightarrow x_o = 1 \Rightarrow y_o = -3$

  Vậy $\Delta : y = -3(x - 1) - 3 = -3x$. **Vậy ta chọn B**

Bài 445: Ta có: (C): $y = x^3 - 3x^2, d: y = 9x + 2007$

- Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại $M(x_o, y_o)$ có dạng:

  $\Delta: y = f'(x_o)(x - x_o) + y_o$ hệ số góc $\Delta: k_\Delta = f'(x_o) = 3x_o^2 - 6x_o$

- $\Delta // d \Rightarrow k_\Delta = k_d = 9 \Leftrightarrow 3x_o^2 - 6x_o = 9 \Leftrightarrow x_o^2 - 2x_o - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_o = -1 \\ x_o = 3 \end{array}\right.$$

Vậy ta chọn A

Bài 446: Ta có: (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2$

- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_o, y_o)$ có dạng:

  $\Delta: y = f'(x_o)(x - x_o) + y_o$

  $\Delta: y = (3x_o^2 - 6x_o)(x - x_o) + x_o^3 - 3x_o^2 + 2$

  $A\left(\frac{23}{9}, -2\right) \in \Delta: -2 = (3x_o^2 - 6x_o)\left(\frac{23}{9} - x_0\right) + x_o^3 - 3x_o^2 + 2$

  $\Leftrightarrow 3x_0^3 - 16x_0^2 + 23x_0 - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_{o1} = 2 \Rightarrow k_1 = 0 \\ x_{o2} = 3 \Rightarrow k_2 = 9 \\ x_{o3} = \frac{1}{3} \Rightarrow k_3 = -5 \end{array}\right.$$

Vì qua A kẻ được tiếp tuyến có 3 hệ số góc khác nhau suy ra qua A vẽ được 3 tiếp tuyến đến (C)

Vậy ta chọn A

Bài 447: (C): $y = \cos 2x = f(x)$

Gọi $M \in (C)$ có $x_M = \frac{\pi}{3} \Rightarrow y_M = \cos\frac{2\pi}{3} = \frac{-1}{2}$

$f'(x) = -2\sin 2x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2\sin\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M\left(\frac{\pi}{3}, \frac{-1}{2}\right)$ có dạng:

$$\Delta: y = f'\left(\frac{\pi}{3}\right)\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}$$

$$y = -\sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} = -\sqrt{3}x + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$$

Vậy ta chọn B

Bài 48: Ta có (C): $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1 = f(x)$

$$f'(x_o) = -3x_0^2 - 6x_o + 9$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_o, y_o)$ có **dạng:**

$$\Delta : y = f'(x_0)(x - x_0) + y_o$$

Hệ số góc của tiếp tuyến: $k_\Delta = f'(x_0) = 12$

$$\Leftrightarrow -3x_o^2 - 6x_o + 9 = 12 \Leftrightarrow x_o = -1 \Rightarrow y_o = -12$$

Do đó: $\Delta : y = 12(x + 1) - 12 = 12x$

Vậy ta chọn D

Bài 49: Ta có: (C) $y = \dfrac{2x + 1}{x + 1}$

- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_o, y_o)$ có **dạng:**

$$\Delta : y = f'(x_0)(x - x_0) + y_o = \frac{1}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{\mathbf{2x_0 + 1}}{\mathbf{x_0 + 1}}$$

- Đường phân giác góc phần tư thứ I có dạng: **(G_1): $y = x$**
- Yêu cầu bài toán $\Delta // d \Rightarrow k_\Delta = k_d \Leftrightarrow \dfrac{1}{(x_0 + 1)^2} = 1 \Leftrightarrow (x_0 + 1)^2 = 1$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{array}\right.$$

- Với $x_o = 0 \Rightarrow \Delta_1 : y = x + 1$
- Với $x_o = -2 \Rightarrow \Delta_2 : y = x + 5$

Vậy ta chọn C

Bài 50: Tiếp tuyến tạo với 2 trục tọa độ một **tam giác vuông cân nên** tiếp tuyến phải song song với 2 đường phân giác **của các góc tọa độ** $y = \pm x$

Vậy $f'(x) = \pm 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{(x + 1)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{(x + 1)^2} = 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 1$

$$\Rightarrow x + 1 = \pm 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \,(\text{loại vì } x_m < 0) \\ x = -2 \Rightarrow y = 3 \end{array}\right. \quad \text{suy ra } M(-2;\, 3)$$

Vậy ta chọn A

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại : (04) 9 724852 – (04) 9 724770 – Fax: (04) 9 714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**
Tổng biên tập : **NGUYỄN BÁ THÀNH**

Biên tập
Trọng Quyền

Chế bản
NS. Bình Thạnh

Trình bày bìa
Ngọc Anh

Tổng phát hành : Công ty TNHH DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT
Địa chỉ : 374 Xô Viết Nghệ Tĩnh P.25 – Q.BT – TP.HCM
ĐT: 5117907 – Fax: 8999898
Email: binhthanhbookstore@yahoo.com

---

450 Bài Toán Trắc Nghiệm Đại Số & Giải Tích 11
Mã số : 1L – 260 ĐH2007
In 2.000 cuốn, khổ 16×24 cm, tại Công ty in TÂN BÌNH.
Số xuất bản : 729 – 2007/CXB/17 – 110/ĐHQGHN ngày 07/09/2007.
Quyết định xuất bản số : 567 LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2007.